



UMEÅ UNIVERSITET

Att räkna med alla elever

Följa och främja matematiklärande i förskoleklass

Helena Vennberg

Detta verk är skyddat av svensk upphovsrätt (Lag 1960:729)

Avhandling för filosofie doktorsexamen

ISBN print: 978-91-7855-230-6

ISBN pdf: 978-91-7855-231-3

ISSN: 1650-8858

Doktorsavhandlingar i Pedagogiskt arbete

Omslagsfoto: Helena Vennberg: Att räkna med alla. Vilda, Liv och Vide i parkourparken i Umeå. *Break jumps – break free.*

Elektronisk version tillgänglig på: <http://umu.diva-portal.org/>

Tryck: Cityprint i Norr AB

Umeå, Sverige 2020

Till Vilda, Liv och Vide

"Go further than A to B... go for A to wherever"

© *Atowherever*

Innehåll

Abstract	iii
Förkortningar	iv
Sammanfattning	v
Avhandlingens studier	vii
Resan till och med en avhandling	ix
Inledning	1
Avhandlingens syfte och frågeställningar	4
Bakgrund	7
Informellt till formellt lärande och lärandemiljö.....	7
Undervisning, utveckling och lärande i matematik.....	8
... i informella lärandemiljöer.....	10
... i formella lärandemiljöer.....	11
Bedömning och bedömningstillfällen	13
... i informella lärandemiljöer.....	14
... i formella lärandemiljöer.....	16
Eleven och i-risk-eleven	19
... i informella lärandemiljöer.....	22
... i formella lärandemiljöer.....	22
Följa och främja elevers lärande i förskoleklass	23
Teoretiska utgångspunkter.....	25
Metod, genomförande och analys	28
Länkar mellan faserna.....	29
Datainsamling, genomförande och urval.....	30
Interventionen TRR.....	32
<i>Interventionsmaterialets designprinciper</i>	32
<i>Interventionens fortbildning</i>	33
Intervju	34
Observation.....	34
Mätinstrument.....	35
<i>Bedömningsenkät</i>	35
<i>Early Numeracy Test</i>	35
<i>Nationella provet i matematik</i>	36
<i>Hitta matematiken</i>	37
Databearbetning och analysmetoder	37
Forskningsetiska överväganden.....	41
Resultat	43
Frågeställning 1 – Förskoleklasslärarens föreställningar och förmågor relativt matematik, bedömning och i-risk-elever	44
Frågeställning 2 – TRR:s påverkan på kunskapsutveckling på kort och lång sikt	49
Diskussion	52

Implikationer till praktiken	57
Fortsatt forskning	58
Slutord.....	59
Tack	60
Referenser	62

Abstract

The Swedish preschool-class is a unique type of schooling between preschool and school, intended as a bridge between two cultures, where development and learning have different meanings. The aim of this thesis is to contribute to the knowledge of preschool-class teachers' opportunities to track and promote the development and learning of all students in mathematics. The thesis consists of four studies. Study I was a controlled intervention. The intervention consisted of the teaching material *Think, reason and count in preschool-class* (TRC) and an auxiliary professional development programme. Both the TRC group and the control group were followed by observations and evaluated by pre- and post-tests. Two follow-up studies were carried out. Study II investigated the effect of TRC on mathematics development in the short and long term. Study III looked further into differences in results on the subtests of the national test in grade 3. Study IV examined how the student, mathematics and assessment are fabricated in policy documents regarding the imposition of the assessment material for preschool-class, *Find the mathematics* (FM). Together, Study I, II and IV answer how support and teaching materials shape preschool-class teachers' ideas and abilities regarding mathematics, assessment and students at risk of mathematical difficulties. Study I, II and III answer how TRC affects the mathematical development of students who are at risk of mathematics difficulties (at-risk-students) in the short and long term.

The results show that, with TRC, the preschool-class teachers' ability to track the knowledge development of at-risk-students increased with awareness of the teachers' own subject knowledge, despite the fact that assessment was a peripheral aspect of TRC. The results show that, with TRC, assessment became a naturally integrated process in teaching, where preschool-class teachers identified difficult content and obstacles in learning mathematical content rather than identifying students. In contrast, the results show that in FM, assessment opportunities are presented as defined, planned activities where the goal is to check students' knowledge. In FM, assessment is fabricated as a need to capture the student's inner beliefs, thinking and shortcomings. In addition, the results show that students' mathematical development was greater in the TRC group than in the control group, especially for at-risk-students. This indicates that inclusive mathematics teaching with a focus on reasoning about representations of numbers provides opportunities to develop good numeracy for all students and is particularly supportive to at-risk-students. The results show a positive effect for at-risk-students, and perhaps just as important: no indication that TRC hamper students who are not at-risk-students.

Förkortningar

FM	The assessment support Find the Mathematics [eng titel]
HM	Bedömningsstödet Hitta matematiken [svensk titel]
OECD	Organisation for Economic Co-operation and Development
PISA	Programme for International Student Assessment
PSC	Preschool-class
SUM	Särskilda undervisningsbehov i matematik
TIMSS	Trends in International Mathematics and Science Study
TRC	Think, Reason and Count in preschool-class [engelsk titel]
TRR	Tänka, resonera och räkna i förskoleklass [svensk titel]
UNESCO	United Nations Educational, Scientific and Cultural Organisation
UmU	Umeå Universitet

Sammanfattning

Förskoleklassen har en speciell position mellan två skilda kulturer där utveckling och lärande har olika betydelse. Avhandlingens syfte är att bidra med kunskap om förskoleklasslärares möjligheter att följa och främja alla elevers utveckling och lärande i matematik. Avhandlingen består av fyra studier. Studie I utgjordes av en intervention med en intervention- och en kontrollgrupp som både följdes genom observationer och utvärderades genom för- och eftertest. Interventionen bestod av undervisningsmaterialet *Tänka, resonera och räkna i förskoleklass* (TRR), samt tillhörande fortbildning. Två uppföljningsstudier genomfördes. I Studie II undersöktes vilka effekter TRR hade på matematikutvecklingen på kort och lång sikt. Studie III undersökte eventuella skillnader på nationella provet gällande prestation på olika matematikområden. Slutligen i studie IV undersöktes genom en textanalys, hur policydokument har potential att styra införandet av bedömningsstödet *Hitta matematiken* (HM) i förskoleklass utifrån framskrivandet av *eleven, matematiken* och *bedömning*. Genom studie I, II och IV besvaras hur stöd- och undervisningsmaterial formar förskoleklasslärares föreställningar och förmågor relativt matematik, bedömning och elever som riskerar att hamna i matematiksvårigheter. Studie I, II och III besvarar hur TRR påverkar kunskapsutveckling i matematik hos elever som riskerar att hamna i matematiksvårigheter (i-risk-elever) på såväl kort som lång sikt.

Resultaten i avhandlingen visar att förskoleklasslärares förmåga att följa i-risk-elevers kunskapsutveckling i TRR ökade med förskoleklasslärares medvetenhet om sina egna ämneskunskaper. Denna ökning ägde rum trots att bedömning var en perifer aspekt i TRR. Resultaten visar vidare att med TRR blev tillfällena för bedömning en naturligt integrerad process i undervisningen. I vilken förskoleklasslärares i sina bedömningar identifierade *innehåll* i undervisningen och *svårigheter* i lärandet av ett matematiskt innehåll snarare än *elever*. Detta skiljer sig från bedömningsstödet, för vilket resultatet visar att bedömnings-tillfällen framställs som en avgränsad planerad aktivitet där målet är just att kontrollera elevernas kunskaper. Bedömning är i bedömningsstödet, i motsats till i TRR, framställd som ett behov att fånga elevens inre föreställningar, tänkande och brister.

Resultaten visar också att elevernas kunskapsutveckling var större i TRR-gruppen än i kontrollgruppen, särskilt för i-risk-elever. Detta indikerar att inkluderande matematikundervisning med fokus på resonemang om representationer av tal ger möjligheter att utveckla god räkneförmåga för *alla* elever och är särskilt stödjande för i-risk-elevers lärande. Avhandlingens resultat visar alltså en positiv effekt för i-risk-elever, och kanske lika viktigt, inga indikationer på att TRR skulle vara sämre för elever som inte är en i-risk-elev.

Avhandlingens studier

Avhandlingen består av fyra studier: en licentiatavhandling och tre artiklar. Tre av studierna är publicerade, studie I (2015), studie II (2018) och studie IV (2019). Studie III är ett manuskript inskickat till tidskrift. Studie I, II och IV är dubbelpublicerade med tillstånd från medförfattare och de aktuella tidskrifterna.

Studie I: Vennberg, H. (2015). *Förskoleklass – ett år att räkna med. Förskoleklass-lärares möjligheter att följa och analysera elevers kunskapsutveckling i matematik*. Licentiatavhandling. Umeå: Umeå universitet.

Studie II: Vennberg, H., Norqvist, M. (2018). Counting on – long term effects of an early intervention programme. I Bergqvist, E., Österholm, M., Granberg, C & Sumpster, L. (Eds.). *Proceedings of the 42nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 4, s. 355-362*. Umeå, Sweden: PME.

Studie III: Vennberg, H. (manuskript, inskickad). Subject knowledge in Grade 3 after an inclusive mathematics intervention in preschool-class.

Studie IV: Bagger, A., Vennberg, H. och Björklund Boistrup, L. (2019). The politics of early assessment in mathematics education. In Jankvist, U. T, Van den Heuvel-Panhuizen, M., Veldhuis, M. (Eds.), *Proceedings of the Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (s. 1831–1838). Utrecht, the Netherlands: Freudenthal Group & Freudenthal Institute, Utrecht University and ERME.

Artikel II är författad tillsammans med Mathias Norqvist. Jag är första författare i denna artikel och har planerat och designat studien, samlat och analyserat empiri och lett arbetet med framskrivandet av resultat och diskussion. Mathias Norqvists bidrag som andre författare har varit att köra, tolka och sammanställa de statistiska resultaten samt det gemensamma skrivandet av diskussionen.

Artikel IV är samförfattad med Anette Bagger och Lisa Björklund Boistrup. Huvudförfattare och ansvarig för att driva artikelskrivandet är Anette Bagger. Jag är andreförfattare och min insats bestod i att bidra med kvalitetssäkring av artikelns utgångspunkter och analysmetoden ur ett förskoleklassperspektiv. Jag skrev dessutom de delar som handlar om förskoleklassens kontext i bakgrund och inledning. Analysarbete, resultat och diskussionsavsnitt arbetade alla tre författare med tillsammans.

Resan till och med en avhandling

När jag avslutade mina licentiatstudier under hösten 2015 och återvände till skolans underbara och komplexa värld så fanns mina syskonbarn Ida, Ellen, Oskar och Karl som en tydlig påminnelse om det viktiga med forskning. Min licentiatstudie är placerad i förskoleklass och under slutförandet av licentiatavhandlingen lämnade Ida, Ellen, Oskar och Karl sitt år i förskoleklass och började årskurs 1. Vi pratade en del om deras år i förskoleklass, och jag funderade ofta på vilka erfarenheter och upplevelser de bar med sig som stöd i sin fortsatta matematikutveckling. Deras lycka och besvikelse, hopp och förtvivlan i övergången från förskoleklass till årskurs 1 gjorde att en låga av nyfikenhet och forskarlust återigen började brinna hos mig. Vad händer med elever efter förskoleklass? Vad är det som ger dem stöd i deras fortsatta utveckling?

Under tiden jag var tillbaka i jobbet som specialpedagog växte viljan att veta vad som hände eleverna efter interventionen. Eleverna från licentiatstudien hade blivit 9 år och skulle göra sina första nationella prov. Genom att återvända till forskarstudierna kunde jag följa upp elevernas matematikutveckling och även fördjupa och söka kunskap om vad som ger stöd i elevers matematikutveckling.

Vad är då att forska? Ja, i Ellens värld som 6-åring så handlade det om konkreta saker. Vid ett tillfälle frågade hon nyfiket hur det egentligen gick för mig med mina ben. Jag minns min känsla av oförstående samtidigt som jag såg hur det lyste av sant intresse i Ellens ögon. Vad tänker hon att jag egentligen gör när jag forskar? Jag ska säga att fram till den stunden som just ska komma att utspela sig så var jag en hjälte hennes ögon, för jag var ju en forskare. Men hennes besvikelse när denna bubbla sprack var smärtsam för oss båda. Jag hade ju inte hittat nåt intressant alls! Inte en enda dinosaurie faktiskt. Att forska inom utbildningsvetenskap innebär sällan stora världsomvälvande fynd. Men det kan vara betydelsefulla kunskapsbitar som kan bygga en bättre och säkrare möjlighet till alla elevers rätt till utbildning. Jag har under min forskarresa haft den stora äran att bidra till kunskapsbygget i 6-åringars underbara värld. Erfarenheten av att följa mina fyra syskonbarn Ida, Ellen, Oskar och Karl, alla i samma ålder, på deras kunskapsresa har hjälpt mig att hålla fokus på vad jag ville veta mer om.

På avhandlingens framsida ser vi mina tre fantastiska barn Vilda, Liv och Vide. De har trots åldersskillnad tillsammans kunnat utöva parkour då en viktig del i parkour är förhållningssättet *être fort pour être utile* (var stark för att vara användbar). Utifrån det förhållningssättet blir den gemensamma resan och utvecklingen viktigare än enskildas prestationer.

Vilken teknik utövaren av parkour använder för att forcera ett hinder eller hur det ser ut är irrelevant så länge målet med rörelsen uppnås på bästa möjliga sätt. Man bör röra sig med sin egen stil, sina egna tekniker, och efter sina egna möjligheter och begränsningar, och lära sig att vara sig själv snarare än att försöka vara någon annan.

David Belle

Detta förhållningssätt har varit en viktig ledstjärna på resan till och resan med den här avhandlingen. Vikten av att lära känna min egen stil, mina tekniker, mina möjligheter och begränsningar. Som stöd i att lära mig vara mig själv som forskare har parkouruttrycken (från Felix Johannesson, AtoW/Konkret Parkour) *go further than A to B, go for A to wherever* och *Break jumps - break free* varit centrala och guidande. Min syn på lärande blir stärkt av tanken att inte begränsa mig till att ta mig från A till B, utan satsa på att ta mig från A och se var jag hamnar. Att forcera de hinder som för mig först verkat omöjliga och skrämmande och har hållit mig fast, att ha modet att trycka mig igenom min rädsla och förstå den och på så sätt övervinna hindret.

Genom sökandet efter förändring och utveckling så är jag i en ständig process och sökande och därmed aldrig riktigt klar, men jag hoppas att mitt sökande kan vara ett användbart bidrag till diskussioner. Jag uppmuntrar dig som läser att inte ge upp de passager eller hinder som verkar svåra utan se det som en möjlighet att *break jumps*.

I början av avhandlingsarbetet tänkte jag att jag bara ville följa, men det förändrades över tid till att jag ville följa för att främja – eller blev det ändå så att jag kunde främja genom att följa?

Välkommen att ta del av min resa till och med min avhandling.

Inledning

Avhandlingen du håller i handen handlar om matematiklärande i förskoleklass. Mer precist handlar den om att förstå hur matematik, bedömning och elever formas i förskoleklass och hur elevers möjligheter att lyckas i matematik påverkas. När barn börjar i förskoleklass har många av dem redan en bild av matematik och att matematik är något de ska förhålla sig till, även om de inte är riktigt säkra på hur eller varför.

Helena: När kan du använda matte eller matematik?

Bevin¹: Det har jag glömt bort.

Loa: När jag blir vuxen! Men jag vet inte till vad ...

Pax: När man går i ettan.

Minou: Kanske när jag går i trean?

Förskoleklasselever, studie I

Elevernas svar ovan visar på idéer om att matematik är något de behöver som vuxen eller senare i skolan. Samtidigt vet vi också att eleverna redan i förskoleklass har med sig olika erfarenheter och förmågor som ger dem olika förutsättningar för fortsatt lärande i matematik. Vissa elever kan redan vara i särskilda utbildningsbehov i matematik (SUM), eller vara i risk för att utveckla sådana behov (i-risk-elev).

Det finns studier som tyder på att de förkunskaper och den självbild som eleverna har med sig när de börjar skolan, kan befästas och därmed är av stor betydelse för deras fortsatta utveckling och lärande (t.ex. Aubrey m.fl., 2006; Duncan m.fl., 2007; Geary, 2011). En negativ självbild eller otillräckliga erfarenheter som inte upptäcks eller förändras, kan hindra lärande och utveckling. Det är därför viktigt att tidigt upptäcka de kunskaper barn har i matematik och stimulera en god matematikutveckling för att skapa en likvärdig utbildning för alla. Många av studierna inom detta område (t.ex. Aubrey m.fl., 2006; Clements & Sarama, 2007, 2009; Duncan m.fl., 2007; Geary, 2011; Nunes m.fl., 2011) visar på att de matematiska kunskaper som elever har med sig när de börjar skolan är en stark indikation på hur det kommer att gå för eleverna senare i utbildningen. Det gäller både de matematiska prestationerna och i vilken utsträckning skolprestationen i stort kommer att se ut när eleven slutar skolan. Dessutom verkar elevers självförtroende påverkas särskilt starkt i förhållande till matematikämnet och hos elever som är i matematiksvårigheter är det vanligt att självförtroendet är lågt

¹ Alla elevers namn har ändrats till könsneutrala namn i avhandlingen. Namnens ursprung har inget samband med elevens ursprung.

(Boaler, 2009; Dweck, 2015). Elever skapar tidigt en identitet i förhållande till matematik, till exempel att vara lågpresterande, och den identiteten har en stark tendens att hålla sig kvar och skapa hinder för vidare matematiklärande (Morgan m.fl., 2009, 2011). Det finns dock studier som visar att förutsägelsen om elevers matematikutveckling inte är statistiskt över tid (Hägglom, 2000). Tidiga specialpedagogiska insatser kan vara av stor betydelse för en bra skolstart och som grund för framgångsrika fortsatta studier (Kallberg, 2018). Det är därför viktigt att tidigt upptäcka de kunskaper elever har i matematik och stimulera en god matematikutveckling för att skapa en likvärdig utbildning för alla.

Att erbjuda likvärdig utbildning till alla (Unesco, 1994, 2007) är skolans mål. Lärare har därmed i uppdrag att främja lärande så elever utvecklas genom att skapa aktiviteter och miljöer som möjliggör lärande. Detta står i Skollagen som utbildningens själva syfte: "Utbildningen inom skolväsendet syftar till att barn och elever ska inhämta och utveckla kunskaper och värden. Den ska *främja* alla barns och elevers utveckling och lärande samt en livslång lust att lära" (SFS 2010:800, kap 1, §4, min kursivstil). Alla elever har rätt till utbildning och stöd, och tidiga stödinsatser det är en mänsklig rättighet som står i internationella deklarationer, skollag och läroplan. I Salamancadeklarationen (UNESCO, 1994) står det om barns rätt till stöd i utbildningen och deras rätt till effektiv undervisning. Skollagen (SFS 2010:800, kap 1, § 4) fastställer att: "Barn och elever ska ges stöd och stimulering så att de utvecklas så långt som möjligt. En strävan ska vara att uppväga skillnader i barnens och elevernas förutsättningar att tillgodogöra sig utbildningen".

I alla elevgrupper finns dock elever som är i eller kan hamna i matematiksvårigheter (Bagger, 2015; Engström, 1999, 2015; Magne, 1998; Roos, 2019; Sjöberg, 2006). Av de svenska eleverna har cirka 20 % svårigheter i matematik och riskerar därmed att bli elever i särskilda undervisningsbehov i matematik (elever i SUM) samt att få ett underkänt slutbetyg i matematik. Nästan 10 % av eleverna i årskurs 9 når inte det lägsta godkända betyget E vid de nationella proven i matematik eller får ett underkänt betyg och det finns indikationer på att denna elevgrupp inte minskar (OECD, 2015, 2016c; Skolverket 2019, 2019b). Det kan delvis bero på att eleverna inte får tillgång till den hjälp de är i behov av och har rätt till för sin matematikutveckling (Skolinspektionen, 2016). Det skulle också kunna betyda att de undervisningsmetoder som vi använder idag inte fungerar för mer än 80 % av eleverna, och att 20 % av eleverna alltså inte får tillgång till en matematikundervisning som främjar deras lärande i tillräcklig utsträckning (Skolverket, 2019b). Det finns därmed utvecklingsmöjligheter för matematikundervisningen, dels genom att skraddarsy undervisning som fokuserar lärandet för dessa elever, dels genom att göra matematikundervisning bättre lämpad för alla.

I den senaste PISA-rapporten (Skolverket, 2019b) bedöms Sverige vara sämst av de nordiska länderna när det kommer till en likvärdig utbildning. Detta har förändrats sedan 2009 då Sverige bedömdes vara ett genomsnittsland gällande likvärdighet. Den så kallade läsa-skriva-räkna-garantin (Prop. 2017/18:195) är en förstärkning av skollagen. Garantin ska se till att elever i förskoleklass och lågstadiet som är i behov av extra stöd och anpassningar ska få det så tidigt som möjligt. Om det finns indikationer på att eleven inte kommer att uppnå kunskapskraven ska det göras en särskild bedömning, i samråd med specialpedagoger, av elevens utveckling och stödbehov. Målet med garantin är att alla elever som lämnar lågstadiet ska kunna läsa, skriva och räkna. Som ett led i att uppfylla stödgarantin erbjuder Skolverket fortbildningen *Följa och främja lärande i förskoleklass*².

Hur kan då begreppen följa och främja förstås? Begreppen finns både i förskolans och skolans styrdokument. I skolverkets *allmänna råd med kommentarer, betyg och betygssättning* står det att ”betyg används bland annat för att *följa* elevers kunskapsutveckling, för urval till fortsatta studier och i utvärderingssyfte” (SKOLFS 2018:247, kap 1, min kursivstil). Vidare i de allmänna råden står det att ”läraren bör utforma ändamålsenliga bedömningssituationer för att *följa* och *främja* elevernas kunskapsutveckling och säkerställa ett brett och varierat underlag inför betygssättningen” (SKOLFS 2018:247, kap 1, min kursivstil). Redan i styrdokument från förskolans verksamhet finns dessa begrepp men med en annan betydelse. ”Arbetslaget ska kontinuerligt och systematiskt *följa*, dokumentera och analysera varje barns utveckling och lärande för att göra det möjligt att *följa* barns förändrade kunnande samt utvärdera hur förskolan tillgodoser barnens möjligheter att utvecklas och lära i enlighet med läroplanens mål” (SKOLFS 2018:50, min kursivstil). ”Utbildningen i förskolan ska planeras och genomföras på ett sådant sätt så att den *främjar* barnens utveckling, hälsa och välbefinnande” (Skolverket, 2018, s.7, min kursivstil). Begreppen *följa* och *främja* finns, i dessa sammanhang, inte definierade. Utifrån skolans och förskolans olika historiska och kulturella bakgrund finns det därmed en risk att dessa begrepp tolkas och används med helt olika innebörd. Det är olyckligt då begreppsparet följa och främja har stor potential att åskådliggöra förskoleklasslärarens roll för elevens utveckling och lärande.

Allt detta sammantaget visar att det finns ett stort behov av forskning i snittet mellan det specialpedagogiska fältet och det matematikdidaktiska fältet. Forskning som undersöker förskoleklassens särskilda villkor och särskilt forskning som är inriktad på hur lärare kan följa och främja matematiklärande i övergången mellan informella och formella lärandemiljöer. Det är viktigt inte

² Webbkurs på Skolverkets webbplats för ökad kunskap om läsa-skriva-räkna-garantin och om användandet av de obligatoriska kartläggningmaterialen.

minst för att bättre förstå hur likvärdig utbildning kan uppnås och antal elever som riskerar att hamna i SUM kan minska.

Avhandlingens syfte och frågeställningar

Avhandlingens syfte är att bidra med kunskap om förskoleklasslärares³ möjligheter att följa och främja alla elevers utveckling och lärande i matematik. För att följa och främja alla elever måste särskild hänsyn tas till elever som riskerar att hamna i matematiksvårigheter. Det inkluderar olika typer av svårigheter, till exempel elever som har särskilda undervisningsbehov i matematik eller som riskerar att inte få godkänt betyg i matematik. I min avhandling benämner jag dessa elever *i-risk-elever*.

Syftet är preciserat i två frågeställningar:

1. Hur kan förskoleklasslärares föreställningar och förmågor relativt matematik, bedömning och i-risk-eleven formas av stöd- och undervisningsmaterial?
2. Hur påverkar interventionen *Tänka, resonera och räkna* (TRR) i-risk-elevens kunskapsutveckling i matematik på kort och lång sikt?

Förskoleklasslärares föreställningar avser i den här avhandlingen dels det förskoleklasslärare uttrycker, som är format och styrt av de framställningar som de har mött, och dels de föreställningar som framställs i material och styrdokument. Ett antagande i den här avhandlingen är med andra ord att framställanden som lärare möter formar och styr deras *föreställningar*⁴ och agerande (Popkewitz, 2004, 2012). Med förmågor avses här det kunnande som lärare visar i sin verksamhet genom sitt agerande. Frågeställning 1 är avgränsad till två material: det nationella bedömningsstödet *Hitta matematiken*, HM (Skolverket, 2019a) samt alla delar i interventionen *Tänka, resonera och räkna*, TRR (Sternier m.fl., 2014; Sternier, 2015). I båda fallen anses materialen även innefatta materialens bakomliggande idéer och principer.

³ De pedagoger som arbetar i förskoleklass kan ha olika yrkesutbildningar till exempel förskollärare, och grundlärare. I min empiri väljer jag att benämna alla som arbetar i förskoleklass för *förskoleklasslärare*.

⁴ Framställa hänvisar till det teoretiska begreppet fabrication (Popkewitz, 2004, 2012) se *Teoretiska utgångspunkter*.

Min avhandling är en sammanläggning och består av en kappa⁵ och fyra delstudier. Delstudierna är presenterade i fyra olika texter som benämns I, II, III och IV. Avhandlingens delstudier har följande titlar och forskningsfrågor:

Studie I. *Förskoleklass – ett år att räkna med. Förskoleklasslärares möjligheter att följa och analysera elevers kunskapsutveckling i matematik.*

1. Vad uppmärksammas beträffande elevers matematikutveckling?
2. När blir elevers matematikutveckling synlig?
3. När blir elever i risk att hamna i matematik-svårigheter synliga?
4. Hur och varför blir elevers matematikutveckling synlig att följa och analysera?

Studie II. *Counting on – long term effects of an early intervention programme.*

1. Har införandet av TRR någon synlig effekt i skillnad mellan för- och eftertestpoäng?
2. I vilken utsträckning påverkar TRR-elevernans långsiktiga resultat mätt med det svenska nationella provet i matematik i årskurs 3?
3. Hur påverkar förtestets matematikprestationsnivåer (A–E) före formell skolgång matematikpoängen på nationella provet i årskurs 3?

Studie III. *Subject knowledge in Grade 3 after an inclusive mathematics intervention in preschool-class.*

1. Vilka skillnader kan ses i en jämförelse av resultaten på nationella provets delprov mellan TRR-gruppen och kontrollgruppen, och vad kännetecknar gruppen i-risk-elever i denna jämförelse?
2. I vilka matematikområden är skillnader synliga på delprovsresultat, och vad kännetecknar gruppen i-risk-elever i denna jämförelse?
3. På vilket sätt motsvarar det matematiska innehållet i TRR innehållet och resultaten av delproven?

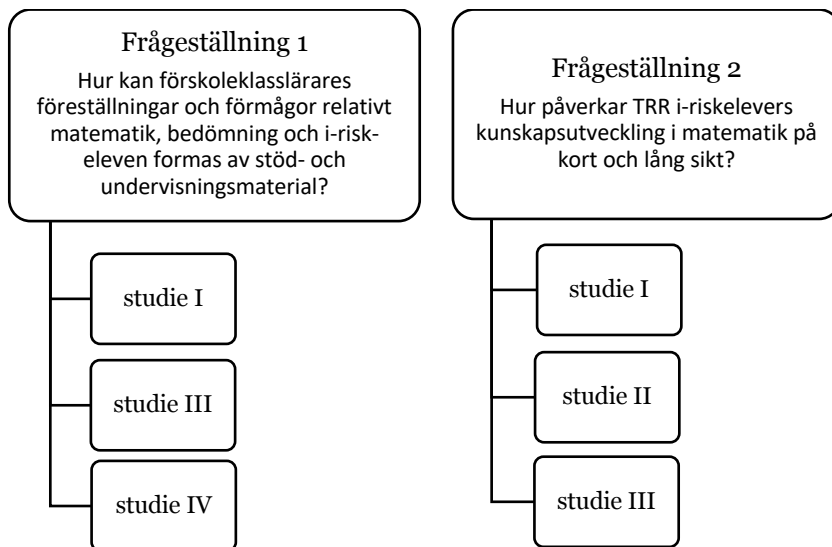
Studie IV. *The politics of early assessment in mathematics education.*

Antagande är att bedömning i förskoleklassen kan utgöra en risk för men också en möjlighet att utjämna ojämlika förutsättningar. Syftet med den här studien är att öka kunskapen om hur policydokument reglerar införandet av nationella bedömningsstöd i matematik i förskoleklass.

I Figur 1 visas hur studierna avser besvara frågeställning 1 och frågeställning 2. Frågeställning 1 besvaras av studie I, III och IV. Studie I och III redovisar en interventionsstudie i helklass, medan studie IV undersöker hur matematik, bedömning och eleven framställs i nationella styrdokument och problematiserar

⁵ Några textavsnitt i denna doktorsavhandlingen har stora likheter med text i min licentiatavhandling *Förskoleklass – ett år att räkna med. Förskoleklasslärares möjligheter att följa och analysera elevers kunskapsutveckling i matematik* (Vennberg, 2015). Licentiatavhandling är en monografi och är en av de fyra texter som ingår i denna doktorsavhandling.

bedömning i förskoleklass utifrån en kritisk nulägesanalys. Frågeställning 2 besvaras av studierna I, II och III. Studie II och III är uppföljningsstudier med frågor som genererats från interventionsstudien i studie I och besvaras med ny datainsamling.



Figur 1: Studiernas förhållande till frågeställningarna i avhandlingen.

I kapitlet *Bakgrund* sätts denna avhandlingen in i en kontext för att ge en djupare förståelse för förskoleklassen utifrån dess position i skolsystemet, som bryggan mellan informella lärandemiljöer före skolan och formella lärandemiljöer i skolan. Med grund i avhandlingens syfte och frågeställningar fokuseras matematik, bedömning och i-risk-eleven i relation till informella och formella lärandemiljöer. Senare placeras förskoleklassen in i denna kontext. Avslutningsvis ges en presentation av de teoretiska utgångspunkterna för avhandlingen: tre utgångspunkter som använts som grundläggande perspektiv eller som stöd för analyser (studie I & studie IV). I kapitlet *Metod, genomförande och analys* beskrivs inledningsvis hur de olika studierna hänger ihop. Sedan följer vad som har lett fram till studiernas design och teoretiska utgångspunkter och hur genomförande och datainsamling gått till. Sedan följer en beskrivning av de olika metoder som genererat empiri till de fyra studierna i avhandlingen. Databearbetning och analys redogörs därefter i kronologisk ordning. Slutligen behandlas de etiska överväganden som gjorts. I kapitlet *Resultat* besvaras avhandlingens två frågeställningarna. Slutligen diskuteras resultat, metod, implikationer och förslag på vidare forskning i kapitlet *Diskussion*.

Bakgrund

Förskoleklass är en, i ett internationellt sammanhang, unik undervisningsform. Syftet med förskoleklass är att knyta samman de två olika skolformerna *förskola* och *skola*, och att föra eleverna från det informella lärandet i förskolan (1–5 år) till det formella lärandet i grundskolan (7–15 år) (Skolverket, 2001). Från läsåret 2018/2019 ingår förskoleklass dessutom i det obligatoriska skolsystemet men är fortsatt en separat skolform (Proposition 2017/18:9). När den första studien i den här avhandlingen (studie I) påbörjades (skolår 2012/2013) gick 95 % av alla 6-åringar i förskoleklass, nästan 108 000 elever. Förskoleklasser förekom också i alla kommuner i Sverige trots att förskoleklass fortfarande var en frivillig skolform. Förskoleklass utgör en möjlighet att fortsätta undervisning med ett förskolepedagogiskt förhållningssätt bestående av ett elevcentrerat lärande genom lek och samtidigt introducera skolans pedagogiska förhållningssätt. Enligt läroplanen (Skolverket, 2016b) bör utbildning i förskoleklass stimulera elevernas utveckling och lärande. Undervisning i förskoleklass kännetecknas ofta av en aktivitetskultur som syftar till att överbrygga förskolans och skolans normer och undervisningskultur (Ackesjö, 2011, 2014). I läroplanen läggs dock också vikt vid att förskoleklassen ska förbereda eleverna för fortsatt skolgång, vilket riskerar att leda till ensidigt fokus på förberedelser inför skolan (Skolinspektionen, 2015). Förskoleklassen har i sin position i skolsystemet möjligheter att skapa kontinuitet i utveckling och lärande men samtidigt uppstår flera utmaningar utifrån just denna position då den är situerad mellan två kulturellt och historiskt skilda lärandemiljöer.

Informellt till formellt lärande och lärandemiljö

I övergången från förskola till skola hanteras två typer av lärande: informellt och formellt. Det informella lärandet är inte bundet till en specifik plats eller situation. Det pågår i vår vardag samtidigt som vi ägnar oss åt aktiviteter och sysslor. Formellt lärande är planerat och målinriktat och sker i en specifik situation eller på en specifik plats. Detta innebär att även om förskoleklassen är unik för Sverige, kan den relateras till internationell forskning som behandlar övergången från informellt till formellt lärande. Övergången till formellt lärande finns i alla skolsystem, och övergången till skolan kan ske från hemmet, förskolan eller som i Sverige främst via förskoleklassen. Ofta beskrivs dessa lärandemiljöer i internationell forskning som *före skola* och *skola*. Dessa lärandemiljöer skiljer sig med avseende på pedagogiska tillvägagångssätt, kultur och historia, men också vilket mål och syfte verksamheten har och vilka krav och förväntningar som finns (Neuman, 2002; OECD, 2006). Ett exempel är att ordet *undervisning* inte förekom i förskolans läroplan före 2018 (Skolverket, 1998, 2010, 2018). Garpelin (2003, 2004) har forskat om övergångar mellan förskola och skola och även

övergångar inom förskolan och beskriver dessa övergångar som kritiska händelser för barn. Dockett och Perry (2007) har undersökt barns uppfattningar och förväntningar i övergången till skola och visar att det är av stor vikt att bygga på tidigare erfarenheter från förskola för att möjliggöra kontinuitet i lärandet i övergången. Dockett och Perry beskriver att det finns ett dilemma i övergången mellan de två olika traditioner som *före skola* och *skola* representerar. Skillnaderna mellan verksamheterna är så stor att det ofta beskrivs som att det finns en klyfta eller ett gap mellan en informell och en formell lärandemiljö (Ackesjö, 2010, 2011; Fabian, 2002; Fabian & Dunlop, 2007; OECD, 2006).

Informell och formell syn på lärande och bedömning påverkar synen på eleven i allmänhet och i-risk-eleven i synnerhet. Förskoleklassen befinner sig i ett spänningfält mellan dessa synsätt, då förskoleklassen är placerad mitt emellan två väletablerade traditioner, förskola och skola. För att förstå förskoleklasslärarens möjligheter att följa och främja alla elevers kunskapsutveckling i matematik i förskoleklass behövs ett möte mellan tre vetenskapliga fält: matematikdidaktik, bedömning och specialpedagogik. Det matematikdidaktiska fältet bidrar med kunskap om matematikkunnande och lärande. Det är i detta fält som vi kan hitta vilka kunskaper som bör främjas och forskning kring hur det arbetet kan se ut. Bedömningsfältet bidrar med kunskaper om hur vi kan följa lärandet och det specialpedagogiska fältet bidrar med kunskap om hur detta kan fungera för elever som riskerar att hamna i matematiksvårigheter. Med utgångspunkt i informella och formella lärandemiljöer placeras nedan utveckling och lärande i matematik, bedömning och bedömningstillfällen och eleven och i-risk-eleven in, för att i slutet av kapitlet koppla tillbaka till förskoleklassens komplexa position i skolsystemet.

Undervisning, utveckling och lärande i matematik

Skolans uppdrag är att främja alla barns och elevers utveckling och lärande samt främja en livslång lust att lära (SFS, 2010:800). Lärarens uppdrag är i skollagen beskrivet som att få elever att nå så långt som möjligt i förhållande till sina egna förutsättningar. Skollagens framskrivning av skolformernas skilda syften gör att utveckling och lärande, och därmed undervisning, kommer till uttryck på olika sätt. Förskolans, förskoleklassens och grundskolans syften har flera likheter men skiljer sig också åt:

Förskolan ska stimulera barns utveckling och lärande samt erbjuda barnen en trygg omsorg. Verksamheten ska utgå från en helhetssyn på barnet och barnets behov och utformas så att omsorg, utveckling och lärande bildar en helhet.

(SFS, 2010:800, kap 8, § 2, min kursivstil)

Förskoleklassen ska stimulera elevers utveckling och lärande och förbereda dem för fortsatt utbildning. Utbildningen ska utgå från en helhetssyn på eleven och elevens behov.

(SFS, 2010:800, kap 9, § 2, kursivstil)

Grundskolan ska ge eleverna kunskaper och värden och utveckla elevernas förmåga att tillägna sig dessa. Utbildningen ska utformas så att den bidrar till personlig utveckling samt förbereder eleverna för aktiva livsval och ligger till grund för fortsatt utbildning.

(SFS, 2010:800, kap 10, § 2, kursivstil)

Gemensamt för förskolan och förskoleklassen är, som framgår ovan, att verksamheten ska stimulera barnets/elevens utveckling och lärande. Detta skiljer sig från grundskolan där skolan ska ge eleverna kunskaper så att eleverna kan utvecklas. Både förskolan och förskoleklassen ska ha en helhetssyn på barnet/eleven och dess behov. Det skiljer sig dock var ansvaret ligger: i förskolan är det verksamheten som ska utgå ifrån en helhetssyn, medan det i förskoleklassen är undervisningen som ska utgå från en helhetssyn. I grundskolan ska utbildningen däremot utformas så den bidrar till personlig utveckling och aktiva livsval. Gemensamt för förskoleklassen och grundskolan är att undervisningens syfte kopplas till elevernas fortsatta studier.

Gyllander Torkildsen (2016) beskriver i sin avhandling två typer av kunskapssyn i den nuvarande läroplanen (Lgr-11): bildning och utbildning. För bildning finns till skillnad från utbildning inga på förhand uppsatta mål. Bildning sätter elevens lärande och demokratiska värderingar i centrum, medan utbildning fokuserar på förmågor, färdigheter och kunskapsutveckling. Vidare kopplar Gyllander Torkildsen dessa kunskapssyner till två olika diskurser: sociokulturell respektive neoliberal. Utifrån sociokulturell kunskapssyn ses lärande som socialt konstruerat och samarbete mellan lärare och elev är en förutsättning för att utveckla förmågor. Denna kunskapssyn kopplas till de delar i läroplanen som bygger på de demokratiska principerna och där processer och samspel framhålls. Neoliberal kunskapssyn kopplar samman elevers prestationer med idéer om anställningsbarhet och ekonomisk tillväxt. Denna kunskapssyn kan kopplas till delar i läroplanen som drivs av krav på mätbarhet, jämförelsebarhet och ansvarighet. Elwood och Murphy (2015) visar på att neoliberal tankar kan härröras till OECD, till exempel genom att deras PISA-mätningar påverkar enskilda länders skolsystem. Denna påverkan ger enligt Hyltegren (2014) en förskjutning av fokus från aktivitet och process till resultat och utfall och ökar på så sätt fokus på mätbar utveckling av elevers lärande. Sverige har enligt Rönnerberg (2011) över tid anpassat sig till en neoliberal kunskapssyn och därigenom har internationella kunskapsmätningar blivit betydelsefulla för nationell utbildningspolitik (Lundahl m.fl., 2015). Biesta (2004) anser att neoliberal

kunskapssyn ser utbildning som en ekonomisk transaktion och leder till att skolans innehåll och syfte blir föremål för marknadskrafter. Den resultat-fokuserade inriktningen i Lgr 11 passar in i dessa mål- och resultat-inriktade utvärderingstrender (Sundberg & Wahlström, 2012).

I förskolans läroplan (Skolverket, 2018) har texten om övergångar en förnyad skrivning och nu betonas att förskolan ska samverka med förskoleklassen för att främja elevernas fortsatta utveckling och lärande. Förskoleklassens läroplan (Skolverket, 2016b, 2016c) betonar också att samverkan med andra skolformer ska ske för att stödja elevers utveckling och lärande i övergångar. Samverkan på ojämlika villkor kan för förskolans och förskoleklassens fall leda till en *skolifiering* av verksamheten, vilket innebär att imitera eller överta skoltraditioner med till exempel lektioner, ämnen och raster. Skolifiering av lärandemiljöer *före skola*, genom ökat fokus på mätningar av kunskap och ämnesundervisning har inneburit att alltmer uppmärksamhet riktas mot detta fenomen även internationellt (Brogaard Clausen, 2015). Ökad skolifiering av lärandemiljöer *före skola* och främjande av individuell bedömning skapar enligt Dahlberg och kollegor (2007) en ansvarighetskultur där prestationskrav hotar de demokratiska värdena under de tidiga årens lärandemiljöer. En sådan ansvarighetskultur saknar stöd i forskning. Tvärtom visar forskningen att en sådan kultur leder till ökade och specifika mål som har liten effekt på prestation och lärande och riskerar att främja ytinlärning (Amrein & Berliner, 2003). Jag kommer nu att fokusera närmare på undervisning, utveckling och lärande i informella respektive formella lärandemiljöer.

... i informella lärandemiljöer

I informella lärandemiljöer sker lärandet i de situationer som uppstår i vardagen. Lärarens uppdrag fokuseras på att utforma en miljö där rika möjligheter för lärande kan uppstå och att uppmärksamma och ta tillvara de möjligheter som uppstår. I riktlinjerna i läroplan för förskolan (Skolverket, 2018) kan vi läsa att arbetslaget kontinuerligt och systematiskt ska följa, dokumentera och analysera varje barns *utveckling* och *lärande* för att göra det möjligt att följa förändringar i barnens kunnande. Arbetslaget ska även utvärdera hur de ger barnen möjligheter att utvecklas och lära sig mot läroplanens mål för verksamheten. Pedagogen och dokumentationen ses som två väsentliga delar för att ge goda möjligheter för lärande och utveckla verksamheten (Mårdsjö Olsson, 2010; Sheridan & Pramling Samuelsson, 2009). Med hjälp av pedagogisk dokumentation ser pedagogen barnets lärande och kan utifrån det erbjuda lärandesituationer som ger barnen möjligheter till lärande. Möjligheter att lära sig matematik skapas till exempel genom att spel, pussel och byggklossar finns tillgängliga i miljön (Wager, 2013). Sheridan och Pramling Samuelsson (2009) menar att förskoleverksamheter av hög kvalitet kännetecknas av flexibla

lösningar, tillåtande atmosfär med samspel och kommunikation samt hög grad av delaktighet bland barnen. I en sådan verksamhet är pedagogerna närvarande och inriktade på att förstå och synliggöra barnens perspektiv. Detta kan handla om att introducera matematiska begrepp – som kortare och dubbelt – och spel och lekar med matematiskt innehåll, men också om att uppmärksamma matematiska aspekter av det barnen spontant gör när de utforskar fenomen genom lek (Wager, 2013).

När det gäller den tidiga matematiken, som utvecklas före skola i åldern 0–6 år, fokuserar både forskning och praktik på taluppfattning. Taluppfattning anses vara basen för att senare lära sig aritmetiska räkneoperationer och problemlösning (t.ex. Clements & Sarama, 2007, 2011; Gersten m.fl., 2005; Mulligan & Mitchelmore, 2013), och har visats ha betydelse för framgång i matematik (Magne, 1998; Reys & Reys, 1995). För att barn ska utveckla taluppfattning behöver de få möjligheter att upptäcka, följa och skapa mönster, jämföra och uppskatta antal och storlek samt undersöka tals helhet och delar (t.ex. Clements & Sarama, 2007; Mulligan & Mitchelmore, 2013; Nunes & Bryant, 1996). Förståelse för tal och antal bygger på tidiga språkliga och fysiska erfarenheter. Barn behöver få erfarenheter genom att delta i användandet av språkliga matematiska uttryck och begrepp som till exempel räkneramsor, större/mindre, före/efter, hur många, och genom fysiska aktiviteter som till exempel pekräkning, utforskande av rumslighet, byggande och uppmärksammande av mönster (Mulligan & Mitchelmore, 2013; Nunes & Bryant, 1996). Genom dessa typer av erfarenheter kan barns förståelse för grundläggande matematiska principer och samband utvecklas. Olika situationer behöver då relateras till varandra och gemensamma egenskaper uppmärksammas, till exempel att antalet saker i en mängd är det sista räkneordet när man räknar sakerna en och en (Gelman & Gallistel, 1978). Förståelsen för sambanden mellan kvantitet, räkneord och matematiska symboler är kritiskt för att utveckla god räkneförmåga (Aunio & Räsänen, 2016; Clements m.fl., 2013).

... i formella lärandemiljöer

Formella lärandemiljöer skiljer sig från informella, i att de har en tydligare målstyrning och i att de (i högre utsträckning än informella) består av planerade och organiserade aktiviteter med uttalat undervisnings- eller lärandesyfte. Skola är ett exempel på en formell lärandemiljö. Det finns en bred internationell konsensus om vilka mål skolans matematikundervisning ska ha, nämligen: att utveckla och använda matematiskt kunnande hos elever för att de ska kunna lösa problem som kan uppstå i vardagen (Europaparlamentet, 2006; NCTM, 2014; SFS, 2010:800; Skolverket, 2016b). Det är svårt att etablera tydliga orsakssamband mellan undervisning och lärande (Anthony & Walshaw, 2007; Hiebert & Grouws, 2007) men något som lyfts fram som centralt för att lära sig

matematik i formella lärandemiljöer är att lära sig kraftfulla och vedertagna representationer av tal och matematiska samband, och att undervisningen explicit fokuserar på sådana representationer och samband. Några sådana praktiker som förbättrar elevers lärande i matematik omfattar systematisk undervisning och explicit instruktion och även visuella representationer (t.ex. Baker m.fl., 2002; Kroesbergen & Van Luit, 2003). Representationer och metoder stöttar, bygger vidare på och kopplar till de tidigare informella erfarenheterna och ger verktyg för fortsatt lärande: till exempel talraden och tallinjen, ritande, symboler och talsystemet, använda femman och tian och lära sig talrelationer (Clements & Sarama, 2007, 2013; Nunes & Bryant, 1996). Vissa forskare menar också att rumsliga erfarenheter, som konstruktion och rörelse, utgör grunden för talförståelse (Lakoff & Núñez, 2000), och aktiviteter som kopplar samman tal med rumsliga representationer kan stimulera barns resonemang om tal (Säfström, 2018). Detta kan indikera en koppling mellan utveckling av aritmetisk och geometrisk kunskap. Studier av Anthony och Walshaw (2007) visar att undervisning som är effektiv kan bli en brygga som hjälper att komma vidare från elevernas intuitiva informella matematiska förståelse till den formella matematiska förståelsen. Det är av vikt att bygga vidare från den informella till den formella matematiken då det finns starka samband mellan inre representation av tallinjen, och kunskaper och färdigheter som rör talfakta, aritmetisk uppskattning, basal addition och subtraktion, beräkning med flersiffriga tal, textuppgifter och räknestrategier (Clements & Sarama, 2007, 2013; Jackson & Cobb, 2014; Kilpatrick m.fl., 2001; Lundberg & Sterner, 2009; McIntosh, 2008; NCTM, 2014). Trots att formella lärandemiljöer skiljer sig från informella finns det många likheter i vad forskningen menar är god undervisning i formella och informella lärandemiljöer.

I forskningssammanställningen *Framgång i undervisningen* (Håkansson & Sundberg, 2012, 2012a) lyfts lärarens roll för lärande fram som central. Läraren verkar vara det som har störst effekt på elevers skolprestationer (t.ex. Anthony & Walshaw, 2007; Boesen m.fl., 2007; OECD, 2016b). I Skolinspektionens granskningsrapport *Rätt till kunskap* (2010), där 40 grundskolor granskades, lyfts lågt ställda förväntningar på elevers förmåga fram som hinder för elevers möjlighet till god utbildning. I OECD:s rapporter (2015, 2016b) kännetecknas framgångsrika lärare av att de ger utmanande uppgifter och det stärks i flera studier (Jackson & Cobb, 2010; Munter, 2014; NCTM, 2014; Schoenfeld, 2014). Anthony och Walshaw (2007) anser vidare att framgångsrika lärare uppmuntrar sina elever att kommunicera matematik på flera olika sätt, till exempel både muntligt och skriftligt. Anthony och Walshaw (2009) lyfter fram att effektiva lärare ger eleverna möjlighet att arbeta både självständigt och tillsammans. Andra praktiker som förbättrar elevers lärande i matematik är när elever får möjlighet att tänka högt och även inlärningsituationer i grupp där elever fokuserar på problemuppgifter (t.ex. Baker m.fl., 2002; Kroesbergen & Van Luit,

2003). Kooperativa lärandemiljöer har visat på fördelar för lågpresterande elevers lärande (Boaler, 2002). Dessa lärandemiljöer behöver innehålla två delar:

1. eleverna ska jobba som en grupp mot ett gemensamt mål
2. varje elev har ansvarsskyldighet gentemot gruppen.

Kooperativt lärande är både ett förhållningssätt och en metod och främjar lärandet genom att elever arbetar i par eller i små grupper och hjälper varandra (Mitchell, 2014a, 2014b; Slavin m.fl., 2008) och kan liknas med att vara spelare i ett lag eller musikanter i en orkester. Med stöd av läraren ska eleverna i samarbete med varandra diskutera, lösa problem och utvärdera sitt arbete. Ett ökat lärande sker genom att resonera och ta del av andras lösningar på problem (Hagland m.fl., 2005), och eleverna uppnår bättre resultat än vad de hade uppnått själva genom att de hjälps åt (Mitchell, 2014a, 2014b). Möjligheten att lära formas med andra ord av vad lärare gör tillgängligt för elever och även av gemenskapen som utvecklas i klassrum. I OECD:s rapporter (2015, 2016b) kännetecknas framgångsrika lärare av att de anpassa undervisningen utifrån elevers behov, återkopplar, synliggör mål och får eleverna aktiva i sin egen inlärningsprocess (se även NCTM, 2014; Schoenfeld, 2014). Fler praktiker som förbättrar elevers lärande i matematik omfattar formativ bedömning för återkoppling (t.ex. Baker m.fl., 2002; Kroesbergen & Van Luit, 2003), där formativ bedömning innefattar flera bedömningsmetoder för att göra elevernas tänkande synligt och för att stödja elevernas lärande. De ovan nämnda praktikerna ställer vissa krav på lärares kompetens. Löwing (2004) framhåller att för att kunna möta elevers olika behov behöver lärare ha goda matematikkunskaper och använda sig av varierade undervisningsstrategier. Baumert och kollegor (2010) säger att för att elever ska göra stora framsteg verkar det inte i första hand vara avancerade matematikkunskaper hos lärare som är viktiga utan snarare lärares djupa förståelse för matematik på den skolnivå som de undervisar.

Bedömning och bedömningstillfällen

För att följa lärandet används flera olika begrepp, till exempel *identifiering* och *bedömning*. Metoder för att följa kan också se olika ut. Lärare kan till exempel uppmärksamma, observera eller testa elever för att få information. Metoderna kan vara synliga eller osynliga för eleven samt ske vid specifika bedömningstillfällen eller kontinuerligt hela tiden. Olika förhållningssätt och metoder för att följa lärandet för med sig olika fördelar och nackdelar. Forskning som handlar om bedömning använder inte alltid begreppet bedömning men i uttalad forskning om bedömning handlar det ofta om formella bedömningssituationer. Bedömning innefattar att observera, bedöma och mäta kunskaper. Inom bedömningsområdet är kunskapsmätningar en central del. Det svenska skol-systemet speglar olika perspektiv på bedömning. Bedömning kan ske

kontinuerligt, informellt och formellt, eller vid formella obligatoriska bedömningstillfällen så som bedömningsstöd och nationella prov. Bedömning sker med andra ord både informellt och formellt och i informella och formella lärandemiljöer och kan även ske formellt i informella lärmiljöer och informellt i formella lärmiljöer. Det finns olika benämningar på bedömning som innefattar olika syn och olika tillvägagångssätt, till exempel screening, summativ bedömning, kartläggning, nationell bedömning, diagnosticering, pedagogisk dokumentation, bedömning av lärande för lärande, specialpedagogisk bedömning och formativ bedömning (Lundahl, 2006). Lundahl och kollegor visar också att de obligatoriska bedömningstillfällena ökar i det svenska skolsystemet.

I styrdokumenterna anges bedömningstillfällen som i stort sett alla möten mellan elever och lärare, och att läraren ska använda all tillgänglig information om elevens kunskaper vid bedömning (Skolverket, 2016b). Förskola och förskoleklass har sitt ursprung i en kultur av framförallt informell bedömning, och i deras praktik sker bedömning hela tiden. Formell bedömning kan därför upplevas som känsligt. Det uppstår en tvetydighet då bedömning traditionellt är något som sker hela tiden och ligger till grund för verksamhetens utformning och ställs mot det ökade fokuset på formella bedömningstillfällen och bedömningsstöd för förskoleklass. Bedömning är en del i lärarens uppdrag att främja elevers lärande. I skolan är det ett dubbelt uppdrag, dels att bedöma elevers prestationer i förhållande till kunskapskraven i läroplanen och dels att ge kontinuerlig återkoppling för att stärka elevens lärande. Ur ett undervisningsperspektiv är att kartlägga och värdera kunskaper de mest framträdande syftena med bedömning. Att bedöma elevers kunskaper handlar i ett första skede om att samla in olika typer av information om elevens arbetsprestationer och att sedan tolka dessa (Skolverket 2011a).

Beroende på vilken kunskapssyn som antas får bedömningen olika innebörd och konsekvenser (Gyllander Torkildsen, 2016). Bedömningens syfte kan skrivas fram på olika sätt och det finns två syften och användningsområden: att summera kunskapsutveckling och att stödja den fortsatta kunskapsutvecklingen (Harlen, 2012). Syftet med bedömningen påverkar med andra ord om det blir summativ eller formativ funktion av bedömningen. Nedan följer en fördjupning kring några olika förhållningssätt och metoder uppdelat i bedömning i formella och informella lärandemiljöer.

... i informella lärandemiljöer

Bedömning finns även i förskolan. I läroplanen för förskolan står att varje barns utveckling och lärande ska följas, dokumenteras och analyseras både av förskollärare och av arbetslaget.

Arbetslaget ska

– kontinuerligt och systematiskt *följa*, dokumentera och analysera varje barns utveckling och lärande för att göra det möjligt att *följa* barns förändrade kunnande samt utvärdera hur förskolan tillgodoser barnens möjligheter att utvecklas och lära i enlighet med läroplanens mål

(Skolverket, 2018, min kursivstil)

Även om det ingår i arbetslagets uppdrag så är det förskolläraren som ska ansvara för att varje barns utveckling och lärande kontinuerligt och systematiskt följs, dokumenteras och analyseras. Detta för att det ska vara möjligt att utvärdera hur förskolan tillgodoser barnens möjligheter att utvecklas och lära i enlighet med läroplanens mål. Utifrån att läroplansmålen ska samverka med varandra, och tillsammans bilda en helhet i barnens utveckling använder förskolan dokumentation, uppföljning, utvärdering och analys (Skolverket, 2018). Utmaningen för förskolan är att följa och analysera barns lärprocesser utan att bedöma enskilda barns lärande och utveckling – ett uppdrag som betecknats som motsägelsefullt (Sheridan m.fl., 2018). Ett sätt att arbeta med att följa upp, utvärdera och utveckla förskolans verksamhet är med hjälp av pedagogisk dokumentation (Skolverket 2012). Pedagogisk dokumentation följer barns lärprocesser och är både en kommunikation och ett förhållningssätt (Lenz Taguchi, 2013). Pedagogisk dokumentation är en bedömning av verksamheten med barnet i centrum där det handlar om att analysera vad som pågår i verksamheten utan bestämda förväntningar eller mål (Dahlberg m.fl., 2007). Pedagogisk dokumentation skiljer sig från traditionella barnobservationer genom att pedagogisk dokumentation har andra teoretiska utgångspunkter än observationsunderlag. Traditionella barnobservationer utgår från att barn utvecklas enligt ett på förhand bestämt sätt och den utvärderar barns utveckling i förhållande till normer, nivåer och kriterier (Skolverket 2012).

Ett annat sätt att följa lärande kan vara genom att observera och uppmärksamma. Inom forskningen om *teacher noticing* finns en hel rad olika bidrag och forskare delar inte en gemensam definition (t.ex. Jacobs m.fl., 2010; Kaiser m.fl., 2015; Sherin m.fl., 2011; Star & Strickland, 2008). Gemensamt är dock att *noticing* är ett förhållningssätt som sker kontinuerligt i vardagen mer än vid specifika bedömningssituationer. Vissa forskare vill däremot påverka vad det är som lärare först uppmärksammar i sin *noticing*. Santagata och Yeh (2014) fokuserar på att uppmärksamma det matematiska innehållet i undervisningen, utveckla elevers matematiska tänkande och lärande och föreslå strategier för att förbättra elevernas inlärningsmöjligheter. Andra forskare vill förstå vad som uppmärksammas, och Sherins med kollegors (2011) definition och tolkning av *teacher noticing* innefattar möjligheten att uppmärksamma och tolka viktiga situationer i ett klassrum. Förmåga till *teacher noticing* behöver inte kräva år av lärarerfarenhet, utan verkar kunna tränas genom att delta i fortbildning med ett

explicit fokus på förmågan *noticing* (Gibson & Ross, 2016). Att lära sig att uppmärksamma viktiga aspekter av lärandet i klassrummet verkar vara en viktig förmåga för lärare.

Sherin (2002) beskriver tre aspekter av att uppmärksamma som utgör en grund för *teacher noticing*:

1. identifiera det viktiga eller anmärkningsvärda i en situation
2. koppla interaktionsdetaljerna i situationen med principer för undervisning och inläring och
3. använda kontexten för att reflektera över det anmärkningsvärda i situationen.

Det kräver både att läraren kan identifiera det viktiga och anmärkningsvärda och att undervisningen skapar situationer där viktiga saker kan urskiljas.

... i formella lärandemiljöer

Bedömningsforskning bidrar med kunskaper om hur vi kan följa lärandet och poängterar skillnaden mellan summativ och formativ bedömning. Om syftet är att summera elevens kunskaper vid ett specifikt tillfälle kallas det summativ bedömning. Denna typ av bedömning används ofta som ett mått på vad eleven har lärt sig. Om syftet istället är att använda det man får veta om elevernas kunskap för att forma lärandet kallas det formativ bedömning. Dessa två olika typer av bedömning uttrycks ibland som att summativ bedömning används vid bedömning *av* lärande och formativ bedömning används vid bedömning *för* lärande och medför att både summativ och formativ bedömning behövs och kompletterar varandra (Håkansson & Sundberg, 2012, 2012a).

Harlen och Deakin Crick (2002) för fram att elevers lärande påverkas negativt av prov och bedömningssituationer där mycket står på spel (high-stakes). Då det stimulerar kunskapssökande och ett arbetssätt i skolan som blir ytligt och prestationsorienterat. Bedömning som enbart används summativt har visat sig särskilt negativ för lärande, motivation och prestation hos yngre och lågpresterande elever då de tenderar att bli etiketterande och marginaliserande (Zimmerman & Dibenedetto, 2008). I en svensk kartläggning visar även Lundahl med kollegor (2015) att yngre och lågpresterande elever påverkas negativt i högre omfattning av betyg och summativ bedömning än äldre och högpresterande elever. Styrdokument om bedömning i skolan är i stor utsträckning kopplade till betyg och betygssättning och lärares ansvar att utforma lämpliga bedömnings-situationer:

Läraren bör utforma ändamålsenliga bedömnings-situationer för att *följa* och *främja* elevernas kunskapsutveckling och säkerställa ett brett och varierat underlag inför betygssättningen.

(SKOLFS 2018:247, min kursivstil)

Läraren bör *följa upp* vilken möjlighet bedömningsunderlaget har gett att analysera och värdera kvaliteten på elevernas kunskande i samband med betygssättningen.

(SKOLFS 2018:247, min kursivstil)

Bedömningssituationer med syfte att skaffa ett underlag för bedömning av kunskap vid ett specifikt tillfälle tenderar att i första hand vara summerande. Internationella forskningsresultat visar att summativ bedömning kan ha en negativ påverkan på lågpresterande elevers självkänsla (Harlen m.fl., 2002) och kan medföra att lågpresterande elever senare i skolan anstränger sig mindre för att lära sig. Harlen och kollegor (2002) menar därmed att de lågpresterande eleverna blir dubbelt missgynnade av summativ bedömning. När resultat blir fokus tappar de lågpresterande elevernas tro på lärprocessen och ser sina resultat som ständiga misslyckanden. De fann också att yngre och lågpresterande elever hade svårare att förstå betydelsen av omdömen och tolkade omdömen som tecken på sin egen förmåga istället för sin prestation. Summativ bedömning kan därmed sägas ha en särskilt negativ effekt på lågpresterande elever. Även Nordenbo och kollegor (2009) fann i sin kunskapsöversikt stöd för att lågpresterande elever och elever med låg tilltro till sin matematiska förmåga påverkades negativt av nationella prov och liknande tester. Lundahl och kollegor (2015) visar i sin forskningsöversikt, som har fokus på summativ bedömning på elevers lärande, att det finns få studier som undersöker hur yngre elever påverkas av summativa bedömningar.

Formativ bedömning, till skillnad från summativ bedömning, ger stöd i och stärker elevens lärande genom återkoppling. Bedömning handlar då inte enbart om att återkoppla med rätt eller fel utan att också ge en förklaring (Marzano m.fl., 2001) och förslag på förbättringar (Anthony & Walshaw, 2007). Genom att förstå elevers tänkande ger det lärare möjlighet att förändra sin undervisning så att den riktar in sig direkt mot elevens lärande (Hiebert m.fl., 2007; Santagata & Yeh, 2014). Olovsson (2015) pekar på forskning som visar att frekvent användning av prov, även om avsikten är att främja lärande, kan medföra att vissa elever upplever all bedömning som summativ och värderande. Det har visat sig att framgångsrika lärare använder flera olika formella och informella bedömnings-sätt för att analysera elevernas förståelse, kunskaper och intresse (Anthony & Walshaw, 2007; Mitchell, 2014a, 2014b).

Inom forskning finns en diskussion om vad en kunskapssyn som fokuserar på prestation, mätning, bedömning och kvalitetssäkring med prov och provresultat som centrala delar, kan leda till (t.ex. Ball, 2003; Liedman, 2011; Ozga m.fl., 2011). En sådan kunskapssyn kan medföra *teaching to the test*, vilket avser undervisningsmetoder där lärandet begränsas till att enbart förbereda eleverna

för det specifika innehållet som testet avser att testa (Blazer & Pollard, 2017; Jennings & Bearak, 2014; Mehrens & Kaminski, 1989). Förutsättningar för elevaktivt lärande anses bli begränsade av kraven på specifika och mätbara ämneskunskaper (t.ex. Jönsson, 2013; Lundahl, 2010). En risk är att diskussionen handlar om lärares förmåga att få eleverna att uppnå kunskapsmål istället för huruvida det är dessa mål och kunskaper som ens är att eftersträva (Biesta, 2009). Internationella kunskapsmätningar, t.ex. PISA och TIMSS, har fått stor betydelse bland annat för att det ger möjlighet att följa och jämföra länders utveckling över tid. Dessa test mäter en viss typ av kunskap som omfattar en liten del av den svenska läroplanen. Skillnader i läroplan och skolkultur gör det problematiskt att jämföra länder då dessa skiljer sig åt i till exempel skolkultur och läroplaner.

I en satsning för att främja elevernas lärande har Skolverket valt att ta fram en kedja av stödmaterial för att följa lärandet i matematik, och skapa en länk mellan matematiskt tänkande (förskoleklass) till taluppfattning (årskurs 1) och slutligen matematik (årskurs 3). Sedan 2016 finns obligatoriska nationella bedömningsstöd i taluppfattning som syftar till att underlätta för lärare att följa upp elevers kunskaper i årskurs 1–3. De nationella bedömningsstöden har tagits fram på uppdrag av regeringen med syfte att ge stöd för uppföljning av elevernas kunskaper i matematik (Proposition 2014/15:137). Bedömningsstöden har till syfte att stödja läraren i en likvärdig bedömning av elevers kunskapsutveckling och tidig identifiering av elever som riskerar att hamna i eller är i svårigheter gällande taluppfattning samt att se när elever behöver ytterligare stimulans i sin kunskapsutveckling. Enligt skolförordningen (SFS 2011:185) ska nationella bedömningsstöd i matematik användas i årskurs 1, medan de är frivilliga att använda i årskurs 2 och 3. I årskurs 1 ska bedömningsstöden användas för varje elev under höst- och vårterminen. Huvudmannen ansvarar för att utbildning genomförs i enlighet med skollagen (SFS 2010:800), vilket betyder att vara ansvarig för att garantin för tidiga stödinsatser följs och för att systematiskt och kontinuerligt planera, följa upp och utveckla utbildningen. De nationella bedömningsstöden kan vara en del av kvalitetsarbetet och kan bidra till att ge ökade möjligheter att planera och följa upp resursfördelningen i syfte att skapa en likvärdig utbildning med hög kvalitet. Materialet kan även utgöra underlag för åtgärder för att stärka elevernas kunskapsutveckling. Nationella prov för årskurs 3 infördes 2008, och de utformas av Skolverket tillsammans med olika universitet. De nationella proven mäter enbart en del av vad som finns i kursplanen och fungerar därmed mer som en indikation och en hjälp för läraren i bedömningen av elevernas kunskaper och för att synliggöra elever som riskerar att inte uppnå kravnivån. De nationella provens syfte är att ge stöd för lärare att följa elevers kunskapsutveckling i matematik genom att:

1. stödja en likvärdig och rättvis bedömning och betygssättning,
2. ge underlag för en analys av i vilken utsträckning kunskapskraven nås samt
3. bidra till att konkretisera kursplanerna och ämnesplanerna och öka måluppfyllelsen.

Eleven och i-risk-eleven

Dunlop (2002) har genom sin forskning om övergångar i skolsystem visat att lärare i förskolan respektive skolan kan ha olika syn på barnet i lärande. I förskolan är det vanligare att lärarnas fokus ligger på barnets nyfikenhet och lek, medan det i skolan är vanligare att lärarnas syn på eleven i lärande är traditionellt skolmässig. Utbildning inom förskoleklass och grundskola ska anpassas till varje elevs förutsättningar och behov och i enlighet med skollagen vara likvärdig för alla. Det står i läroplanen:

Normerna för likvärdigheten anges genom de nationella målen. /... / Skolan har ett särskilt ansvar för de elever som av olika anledningar har svårigheter att nå målen för utbildningen.

(Skolverket, 2016b, s.8)

I undervisningsuppdraget finns ett ansvar att uppmärksamma eleven som riskerar att hamna i matematiksvårigheter. Matematiksvårigheter är ett omfattande och kontextbundet begrepp och många faktorer kan ligga till grund för svårigheterna, inte minst brister i den grundläggande pedagogiken (SPSM, 2019). Förklaringsgrunderna som hittas i forskningen tillskrivs flera olika fält, så som medicinska/neurologiska, psykologiska, sociologiska och didaktiska (Engström, 1999). Sjöberg (2006) diskuterar orsaker till att elever hamnar i matematiksvårigheter och visar på många förklaringar till problemets uppkomst men anser att det är av vikt att analysera problem utifrån ett relationellt synsätt. Skolmiljön behöver få större utrymme och orsaker bör därför sökas i det sociokulturella fältet (Magne, 1998). Orsakerna till matematiksvårigheter är fortfarande ett olöst och komplext problem. De olika synsätten på matematiksvårigheter pekar åt olika håll: ena sidan pekar på bristande kunskaper i effektiva formellt kunskaper och andra sidan pekar på bristande kunskaper i det grundläggande tidiga informella lärandet. Utifrån synen att brister i grundläggande matematik från informella lärandemiljöer skapar i-risk-elever betonas vikten av tidiga insatser. Tidiga insatser innebär insatser som sätts in så tidigt som möjligt efter att svårigheter har identifierats, helst redan efter misstanke om svårighet. Specialpedagogik och inkluderande undervisning är två faktorer som är viktiga för att svårigheter ska kunna överbryggas (SPSM, 2017). Inkluderande undervisning kan knytas till begrepp som likvärdighet, delaktighet, och demokrati. I inkluderande specialpedagogik riktas fokus mot miljörelaterade faktorer och de åtgärder ett sådant perspektiv kan erbjuda. Inkludering kan

beskrivas som en pågående process i att åstadkomma förändring och innebär att ifrågasätta och bryta mot den traditionella normen att uppfatta och förstå elever i behov av stöd (SPSM, 2017).

Det råder oenighet om definitionen av elever i matematiksvårigheter, vilket medför att det inte heller finns några allmängiltiga diagnoskriterier (Sjöberg, 2006). Att begreppet är oprecist, medför att det är oklart hur många elever som befinner sig i matematiksvårigheter (Lunde, 2003). Forskningslitteraturen visar på flera olika uppfattningar om matematiksvårigheter. Det finns skillnader mellan hur elever i matematiksvårigheter framställs i forskning (Bagger & Roos, 2015). Det visar sig att elever beskrivs som elever *med* svårigheter eller elever i svårigheter. Viss forskning indikerar att lågpresterande elever har en neurofysiologisk funktionsnedsättning, *dyskalkyli*, vilket kan yttra sig i svårigheter att hantera och genomföra olika typer av matematiska operationer (Butterworth & Yeo, 2004). Sjöberg (2014) anser att dyskalkylibegreppet bör tonas ned för att ge utrymme för ett mer tvärvetenskapligt angreppssätt där elevens hela situation vägs in. Magne (1998) har lanserar begreppet *Special Educational needs in Mathematics*, som i svensk översättning är *Särskilda utbildningsbehov i matematik* (SUM). Elever i SUM definieras av låga prestationer och ett icke-godkänt betyg i matematik. Med andra ord är definitionen av SUM beroende av gränsen för de olika nivåerna i betygssystemet. Det finns viss problematik med att använda icke-godkänt betyg i definitionen, då det i dagens betygssystem (A–E, F) kan indikera att det inte finns underlag för bedömning och på så sätt blir det oklart om dessa elever är i SUM. Magne betecknar i sin rapport de 15 % lägst presterande eleverna som elever i SUM. Om det är de 15 % lägst presterande eleverna som anses vara i SUM kan det innebära att det alltid finns elever i SUM på grund av att vi inte kan eller har möjlighet att tillgodose deras behov i undervisningen. Men det kan även bero på att matematik är konstant och det är en konstant grupp som inte klarar kunskapskraven i matematik (Engström, 2015). Bagger (2015) visar att provsituationer konstruerar elever i SUM.

Det perspektiv på lärande som antas påverkar hur väl skolan kommer att lyckas med inkludering (Persson, 2001). Persson resonerar utifrån två perspektiv: *kategoriskt* och *relationellt*. I det kategoriska perspektivet är den medicinska och psykologiska bedömningen dominerande. Eleven står som ägare av problemet och det gäller att hitta kortsiktiga lösningar för att anpassa eleven till normalitet. I det relationella perspektivet är tidsaspekten viktig och hela lärandemiljön, långsiktiga strategier och anpassningar i miljön är i fokus. Perspektiven representerar två sätt att förstå elevers skolsvårigheter, men de utesluter inte varandra trots att de har olika fokus. Det kategoriska perspektivet har haft starkt fäste i skolan och kan leda till att elever blir exkluderade (Lindsay 2003; Persson, 2001). Exkluderade elever lever i stor utsträckning upp till den identitet de blivit

tillskrivna och det kan enligt Persson (2001) blir en självuppfyllande profetia. Persson (2001) påpekar att inte enbart eleven är i fokus utan även lärare och lärandemiljön. Vilket perspektiv som skolan har på elever och lärande blir på så sätt avgörande för hur väl uppdraget, att främja allas lärande, kan utföras. Ett annat perspektiv på barn i behov av särskilt stöd identifieras av Nilholm (2005, 2007), *dilemmaperspektiv*. Dilemmaperspektivet betonar utbildningssystemets grundläggande komplexitet. Det visar sig enligt Nilholm genom att ett flertal motstridiga motiv med inneboende motsättningar, som inte går att lösa, ska tillfredsställas. Detta leder till dilemman i möjligheten att främja lärandet för elever i behov av särskilt stöd.

Tidig identifiering av i-risk-elever kan hjälpa dessa elevers utveckling och lärande (Clements & Samara, 2009; Geary, 2011; Geary m.fl., 2015) och det bli därmed viktigt för elevernas fortsatta matematikutveckling att det finns strukturer för möjlighet till tidig identifiering. Tidiga insatser och arbete med interventioner kan hjälpa elever och minska skillnader i kunskapsprestation mellan olika elevgrupper. Det finns dock inte några klara bevis för att kunskapsgapet kan stängas helt, men flera indikationer på att så kan vara fallet (Aunio m.fl., 2010; Clements m.fl., 2011; Cohen Kadosh m.fl., 2013; Dowker, 2004; Gersten m.fl., 2005; Holmes & Dowker, 2013; McIntosh 2008; Mononen m.fl., 2014; Sterner, 2015; Sterner m.fl., 2019). En meta-analys av insatser och interventioner (Diamond, m.fl., 2013) visar att det matematiska innehållet varierar mellan de olika insatserna och interventionerna. Diamond och kollegor pekar på att ju tidigare insatser sätt in, före formell matematikundervisning, desto större chans verkar det vara att ”undvika” matematiksvårigheter senare under skolgången. Analysen visar även att elevers tilltro till sin utveckling påverkar deras möjligheterna att lyckas. En kritisk punkt i matematiklärandet är övergången från informellt till formellt matematiklärande och elever riskerar att skapa missuppfattningar som senare leder till svårigheter (McIntosh, 2008). Den svenska förskoleklassen befinner sig mitt i denna kritiska övergång (Myndigheten för skolutveckling, 2006; Skolverket, 2014) vilket ger förskoleklassen en särskilt viktig roll. Det är därför av särskild betydelse att lärare som undervisar i förskoleklass har kunskap om de svårigheter som kan uppstå, så att dessa kan uppmärksammas och åtgärdas. Förskoleklassläraren behöver vara medveten om att övergången från informellt till formellt lärande medför svårigheter för vissa elever och förskoleklassläraren behöver förekomma och förhindra de missuppfattningar som är ofta uppkommer i denna övergång. Det blir därför viktigt hur eleven och i-risk-eleven skrivs fram i styrdokument och rapporter kopplade till informella och formella lärandemiljöer.

... i informella lärandemiljöer

Utbildningen i förskolan ska utgå från en helhetssyn på barnet och barnets behov, där omsorg tillsammans med utveckling och lärande bildar en helhet (Skolverket, 2018). En viktig fråga för inkluderande *early childhood education and care* (Europa Kommissionen, 2011) är hur man ska känna igen, identifiera, bedöma och tillgodose individuella utbildningsbehov, samtidigt som man undviker effekter av stigmatisering. Lärandemiljöer före skola har stora möjligheter att utifrån en helhetssyn tidigt upptäcka svårigheter och sätta in tidiga insatser. Lärandemiljön tillåter informella insatser och informellt stöd men även formella insatser i form av interventioner i helgrupp som gynnar alla. Med utgångspunkt från läroplanen ska förskolan (Skolverket, 2018) stimulera varje barns utveckling och lärande. Utbildningen ska alltid vila på vetenskaplig grund och beprövad erfarenhet när det gäller både innehåll och arbetssätt. I förskolan ska alla barn ges förutsättningar för bildning, tänkande och kunskapsutveckling.

... i formella lärandemiljöer

Svenska elever har under flera år i de internationella mätningarna TIMSS och PISA visat försämrade resultat på matematikdelen. Vid mätningen i matematik 2015 (TIMSS och PISA) bröt dock de svenska eleverna den stadigt nedåtgående trenden och presterade för första gången bättre än vid föregående mätning (OECD, 2016a, 2016b, 2016c; Skolverket, 2016a; 2019). Trots att de svenska eleverna förbättrat sina resultat så saknade drygt tio procent av eleverna 2016 ett godkänt slutbetyg i matematik (Skolverket, 2016). Skolverket (2019b) bedömer att 17 procent av svenska 15-åringar är lågpresterande i matematik utifrån av att de inte når grundnivån som OECD har definierat, det vill säga nivå 2 som avser matematikkunskap som vuxna möter och behöver bemästra i sin vardag (OECD, 2016a). För många elever är matematik en stor utmaning, vilket visas tydligt i att cirka var femte svensk 15-åring inte når upp till PISA:s grundnivå i matematik (OECD, 2016c; Skolverket, 2019b). För att hjälpa dessa elever är det nödvändigt att förstå vad som fungerar och vad som är effektiv matematikundervisning samt hur och vad lärare kan göra för att förbättra möjligheterna för eleverna att uppleva delaktighet i matematik.

Det anges i den svenska skollagen (SFS 2010:800) att alla elever ska möta lika möjligheter till lärande i skolan. Skollagen fastställer även att stödinsatser behövs:

Barn och elever ska ges stöd och stimulering så att de utvecklas så långt som möjligt. En strävan ska vara att uppväga skillnader i barnens och elevernas förutsättningar att tillgodogöra sig utbildningen.

(SFS 2010:800, kap 1, § 4)

Skolan bär det formella ansvaret för i-risk-elever och elever i SUM. Det är skolans uppdrag och ansvar att uppmärksamma, utreda och åtgärda elevers stödbehov (SFS 2010:800). Alla elever som inte når eller riskerar att inte nå kunskapsmålen har rätt att få stöd i form av extra anpassningar eller särskilt stöd. År 2014 förtydligades reglerna om extra anpassningar och särskilt stöd i en skollagsändring och det framgår att stödinsatsens omfattning och varaktighet är det som skiljer särskilt stöd från extra anpassningar (Proposition 2013/14:160). Vilket stöd som ges påverkas av synen på eleven, elev i SUM eller elev *med* SUM. Valet av synsätt leder till mer eller mindre inkluderande insatser. Skolinspektionens granskningsrapport från 2016 visar att två år efter lagändringen med förtydliganden om extra anpassningar och särskilt stöd var ändringarna inte implementerade i verksamheterna (Skolinspektionen, 2016).

Följa och främja elevers lärande i förskoleklass

Tidigare i bakgrunden har jag visat att informell och formell syn på lärande och bedömning påverkar synen på eleven i allmänhet och i-risk-eleven i synnerhet. Förskoleklassen befinner sig i ett spänningsfält mellan dessa synsätt. Jag väljer att utifrån förskoleklassens placering mellan förskola och skola inte använda begreppen *bedöma* och *lära* elever, utan väljer att vidare diskutera utifrån begreppen *följa* och *främja*.

Förskoleklasslärare har precis som alla lärare i vårt skolsystem, två övergripande och dubbla uppdrag. Uppdraget att stödja elevers lärande och utveckling av relevanta kunskaper samt uppdraget att stödja elevers utveckling av demokratiska normer och värden (SFS 2018:800). Kallberg (2018) lyfter i sin avhandling maktaspekten mellan förskoleklass och skola, där förskoleklasslärarna upplever att de måste anpassa sig till vad lärarna i skolan vill att eleverna ska ha för kunskaper när de startar årskurs 1. Samtidigt lyfter lärarna i Kallbergs studie vikten av förskoleklass och det förberedande arbetet som sker där. Förskoleklassens undervisning och tillgång till matematik såg tidigare olika ut utifrån de otydligheter som tidigare fanns i förskoleklassens läroplan för matematik (Skolinspektionen, 2015). Olikskheterna har skapat osynliga och oklara regler för hur, vad och varför man lär i förskoleklass. Detta på grund av att det är skillnad mellan förskolans och skolans syn på lärande och kunskap (Ackesjö, 2010, 2011; Lago, 2014; Wedge, 2010). Skillnaderna i utformning av läroplanerna för förskola och skola, Lpfö 98/10, Lpfö 18, Lpo-94 och Lgr-11 (Skolverket, 1998, 2006, 2010, 2011b, 2016b, 2018) leder också till olika förhållningsätt till lärande och kunskap mellan förskola och skola. I en kunskapsöversikt av Sheridan och Williams (2018) presenteras syn på undervisning i förskolan. Undervisningssynen i förskolan handlar inte främst om att förmedla information utan snarare om att *främja* lärande. Forskarna i Sheridans och Williams översikt anser dock att förskolans undervisningssyn mycket väl kan appliceras på förskoleklassens

undervisningsverksamhet. Förskoleklassens uppdrag är att främja elevernas lärande (Skolverket 2001, 2016b, 2016c, 2020). Detta uppdrag förutsätter en aktiv diskussion om synen på kunskap och lärande och hur undervisning går till och skiljer sig mellan förskola och skola. I förskoleklassen är en viktig fråga att diskutera undervisning i gränslandet mellan förskola och skola och därigenom skillnaden mellan att främja lärande och att förmedla kunskaper (Ackesjö & Persson, 2019; Skolinspektionen, 2016; Skolverket, 2016c; SOU 2010:67). I Skolverkets kommentarmaterial (2016c) uttrycks ambitionen att förskoleklass ska vara ett didaktiskt brobygge mellan förskola och skola. Som framgått tidigare i texten är förskoleklassen central i övergången från förskola till skola i det svenska skolsystemet. Men den befinner sig just nu i en brytningstid då policyförändringar kan leda till att förskoleklassens position förskjuts och närmar sig det formella lärandet och riskerar därmed att tappa sin position som övergång (Lago m.fl., 2018).

För att följa lärande skapas olika kunskapsmätningar. Dessa har flera syften men oftast är det primära intentionen att bedöma kunskap och identifiera kunskaper. En av de senaste reformerna i Sverige för att öka likvärdighet och kvalitet i undervisning är att göra nationell bedömning obligatorisk i förskoleklass (SKOLFS 2019:16). Bedömningsuppdraget framställs som ett dubbelt uppdrag, både bedömning *av* och bedömning *för* lärande.

Kartläggning av och för lärande behöver ske fortlöpande för att läraren ska kunna stimulera eleverna till fortsatt lärande.

(Lärarinformation, *Hitta matematiken*, s.3)

Den 1 juli 2019 infördes i Sverige ett obligatoriskt bedömningsstöd i matematik i förskoleklassen, *Hitta matematiken* (Skolverket, 2019a). Bedömningsstödet för förskoleklassen är en del i läsa-skriva-räkna-garantin – en garanti för tidiga stödinsatser och ansvar att ge alla elever en likvärdig utbildning genom att sätta in rätt stöd vid rätt tid. Bedömningsstödet inriktning är *matematiskt tänkande*. Sedan tidigare finns ett obligatoriskt bedömningsstöd i årskurs 1 med inriktningen *taluppfattning* (Skolverket, 2018a). Båda bedömningsstöden syftar till att stödja lärare i att tidigt identifiera elever som riskerar att inte nå de kunskapskrav som senare ska uppnås i årskurs 3 och/eller är i behov av extra anpassningar, särskilt stöd eller extra utmaningar. I årskurs 3 genomförs nationella prov i matematik för att stödja en likvärdig och rättvis bedömning. Både bedömningsstöden och de nationella proven avser att ge lärare stöd för analys och uppföljning och använder begreppet *visa indikation* vilket leder till en särskild bedömning, och begreppet *befara* vilket leder till åtgärder skyndsamt. För elever som visar indikation på att inte nå senare kunskapskrav i årskurs 3 ska

en särskild bedömning göras för att avgöra om extra anpassningar behöver sättas in.

Särskilt stöd ska sättas in för elever i förskoleklass om det finns risk att eleven inte når upp till de kunskapskrav som ska uppnås senare i skolan, eller att eleven har andra svårigheter i skolan som gör att hen behöver särskilt stöd (Skolinspektionen, 2015). Dilemmat för förskoleklassen som företeelse är dess position mellan de två bedömningspraktikerna. Å ena sidan finns de formella bedömningsituationer som innebär mer uttalad bedömning som arrangerats av läraren i avsikt att bedöma elevernas kunskaper genom till exempel prov eller inlämningsuppgifter. Å andra sidan finns de informella bedömnings-situationerna i undervisningen som till exempel kan ske när läraren lyssnar på elevers resonemang eller ser eleverna utföra något.

Teoretiska utgångspunkter

Med syfte att förstå och belysa fenomenet följa och främja matematiklärande i förskoleklass har jag i avhandlingen utgått ifrån ett antal olika teoretiska utgångspunkter. Utgångspunkterna behövde vara olika då de har hjälpt mig att förstå och belysa fenomenet från olika perspektiv (Berge & Ingerman, 2017). Ett grundläggande perspektiv i den här avhandlingen är att lärande och utveckling är socialt konstruerade och underlättas av engagemang i en gemensam verksamhet, ett sociokulturellt perspektiv (Portes & Salas, 2011). Språk och kommunikation och även undervisning sätts i centrum för lärandet och utvecklingen. Utifrån ett sociokulturellt perspektiv på lärande lär sig alla människor hela tiden i alla sociala sammanhang (Vygotsky, 1978). Vygotsky sammanfattar förhållandet mellan lärande och utveckling utifrån följande punkter:

1. lärande föregår utveckling,
2. lärande och utveckling pågår samtidigt och är sammanfallande processer,
3. lärande och utveckling är olika processer som hänger samman och inverkar på varandra
4. lärande medför utveckling.

Ett sociokulturellt perspektiv ger konsekvenser på hur vi ser på bedömning av elevers lärande. Enligt Dysthe (2003) bör en god bedömning av ett barns eller en elevs kunskaper inte endast grunda sig i den nuvarande faktiska kunskapen, utan även se till den potentiella utvecklingen som barnet eller eleven kan göra med rätt assistans.

En annan utgångspunkt i den här avhandlingen (studie I) är Bernsteins teorier (1990/2003). Bernstein menar att styrdokument är vägledande för hur den pedagogiska kommunikationen blir. Han argumenterar för att det finns

underliggande principer för hur innehåll omformuleras och återskapas i skolan, det vill säga principer för hur innehåll pedagogiseras och blir till undervisning. Principerna utgör förutsättningarna för produktion, reproduktion och utvärdering av kunskaper och pedagogisk praktik. Matematikämnet är med andra ord något som omformuleras och återskapas från samhället utanför skolan. Detta system skapar regler och dessa regler formar i sin tur *styrdokument*, *pedagogik* och *bedömning* (Bernstein, 1990/2003). Styrdokument avgör vad som räknas som giltig kunskap, och pedagogik avgör vad som räknas som en giltig överföring av kunskap. Bedömning avgör vad som räknas som förverkligande av kunskapen från den lärandes sida (Bernstein, 1973). Bernsteins teori ger därmed möjligheter att förstå olika pedagogiska praktikers förutsättningar. Bernsteins teori är inte neutral utan kodad utifrån rådande maktförhållanden: klassifikation och inramning. Klassifikation kan förstås som maktfördelningen i en relation och inramningen kan förstås som den princip som reglerar kommunikationen inom en pedagogisk praktik.

En tredje utgångspunkt (studie IV) är en form av kritiskt perspektiv, där Popkewitzs begrepp *fabrication* (2004, 2012) använts. Popkewitzs idéer om *fabrication* bygger på Foucaults tankar. Foucault (1977) använder begreppen *makt/kunskap* för att beteckna att makt bildas genom att former av kunskap accepteras. Makt och kunskap ses därmed inte som självständiga enheter utan är oskiljaktigt relaterade, där kunskap alltid är ett utövande av makt och makt alltid en funktion av kunskap. Makt uttrycks i handlingar och existerar i relationer (Foucault, 1977). Makt är utifrån det här synsättet överallt, i varje relation och vi utsätts och är föremål för makt hela tiden. Popkewitz (2004) använder begreppet *framställande*,⁶ som en reglerande teknik. Till exempel, centrala begrepp som antagits i bedömningspraktiker är konceptuella konstruktioner genom vilka verkligheten kan förstås och är *samtidigt* framställande. Dessa framställanden kommunicerar versioner av sanning, kunskap och makt, och sammanfaller med processer för exkludering och inkludering. Styrande texter betraktas utifrån Popkewitz som tillskrivande verktyg (2012) som anger och definierar de villkor och möjligheter som människor har. I den här avhandlingen analyseras styrande texter⁷ för att synliggöra de villkor och möjligheter som framställs i texterna gällande matematik, bedömning och eleven. Det vill säga, texterna framställer matematik, bedömning och eleven och tillskriver dessa områden tolkningar.

⁶ Fortsättningsvis i texten kommer min svenska översättning, *framställande*, att användas för begreppet *fabrication*. En svensk översättning hade kunnat vara *fabricera* men då detta alltför lätt feltolkas väljer jag att använda *framställande* även om det inte fångar förståelsen för *fabrication* fullt ut.

⁷ Hitta matematiken (Skolverket, 2019a); Läsa-skriva-räkna – en åtgärdsgaranti (Proposition 2017/18:195); Uppdrag att ta fram kartläggningmaterial och revidera obligatoriska bedömningsstöd och nationella prov i grundskolan, sameskolan och specialskolan (Regeringen, 2017); Förskoleklassen – ett kommentarmaterial till läroplanens tredje del (Skolverket, 2016c) Utredningen om nationella prov (SOU 2016:25).

Tolkningarna berör vad som anses vara sant, vad som räknas som kunskap, hur elevers kunskaper värderas och hur bedömningsresultaten kan användas. Framställanden som lärare möter påverkar och styr deras *föreställningar* och agerande (Popkewitz, 2004). Popkewitzs argument är att de principer som bestämmer till exempel skolämnen, läroplan och undervisningsreformer styr vad lärare tror, agerar på och talar om.

Metod, genomförande och analys

För att förstå förskoleklasslärares möjligheter att följa och främja alla elevers kunskapsutveckling i matematik i förskoleklass har fyra delstudier genomförts. Dessa studier ger en samlad bild av hur olika stöd- och undervisningsmaterial formar förskoleklasslärares föreställningar och förmågor relativt matematik, bedömning och elever i förskoleklass och hur elevers möjligheter att lyckas i matematik påverkas av det. Avhandlingens delstudier är genomförda under en längre tidsperiod, vilket gör det möjligt att få en uppfattning om elever matematikutveckling över tid. Studiens longitudinella design har medfört att datainsamling och analys har genomförts i tre faser. En översiktlig sammanställning av avhandlingens faser, studier, tidsperiod, deltagare, analys och metod samt empiriinsamling finns i tabell 1.

Tabell 1: Fasernas studier, tidsperiod, deltagare, metod och analys samt empiriinsamling.

	Fas 1	Fas 2	Fas 3
Studie	Studie I	Studie II & III	Studie IV
Tidsperiod	Ht 2012 – Vt 2013	2016	2018
Deltagare	4 skolor 7 klasser 149 elever 11 lärare	4 skolor 7 klasser 134 elever	
Metod och analys	Fallstudie Intervention Fortbildning För- och eftertest (T1,T2) Observation Intervju Bedömningsenkät Skriftlig reflektion	Statistik Uppföljningstest (T3)	Innehållsanalys
Empiri	149 ENT A 149 ENT B 15 intervjuer 17 observationer 8 reflektioner 28 bedömningsenkäter	TRR LGR 11 149 ENT A 149 ENT B 134 NP	5 styrdokument: Skolverket, 2019a Prop. 2017/18:195 Regeringen, 2017 Skolverket, 2016c SOU 2016:25

Länkar mellan faserna

Här beskrivs länkar mellan avhandlingens tre faser, fas 1, fas 2 och fas 3, för att göra det möjligt att följa vad som förändrats i kontexten över tid och vad som lett fram till hur studierna blev utformade och utförda. Läroplanen för förskoleklass har till exempel under de olika faserna i avhandlingen förändrats mycket. Dessa förändringar har delvis synliggjort vilken kunskapssyn som läroplanen signalerar.

Startkontext till fas I. Förskoleklassen som skolform med dess fördelar och nackdelar har diskuterats inom politik och i medier under flera år. Inför fas 1 var förskoleklassen fortfarande en frivillig skolform. Förskoleklassen hade ingen egen läroplan och det fanns inte någon specifik styrning för matematikarbetet. Ett samarbete mellan Umeå universitet, Göteborgs universitet och NCM (Nationellt centrum för matematikutbildning) startades 2010, utifrån ett behov av ett forskningsbaserat undervisningsmaterial i matematik. Ett undervisningsmaterial med intentionen att skapa goda förutsättningar för alla elevers matematikutveckling i förskoleklass utarbetades (Sterners m.fl., 2014). Med start höstterminen 2012 inleddes ett stort interventionsprojekt på flera platser i Sverige. Interventionsprojektet hade föranletts av ett nära samarbete med lärare för att under flera designcykler pröva och utveckla de matematiska aktiviteter som undervisningsmaterialet bygger på (Sterners, 2015). Under den fjärde av dessa designcykler genomfördes studie I. Under slutförandet av denna fas inledde Skolverket arbetet med att förtydliga förskoleklassens uppdrag, syfte och centralt innehåll.

Från fas 1 till fas 2. Genom studie I uppstod en unik möjlighet att följa två grupperingar som under förskoleklassen haft olika matematikundervisning. Då detta var i tiden för *Matematiklyftet*⁸ valde kommunen som dessa klasser fanns i att satsa på förskoleklasslärarnas fortbildningstid mer specifikt på övergången mellan förskola och skola och skapade förutsättningar för en skraddarsydd fortbildning för förskoleklasslärarna. Kommunen hade med intresse följt studie I och skapade möjlighet att utbilda 80 förskoleklasslärare (läsåret 2015/2016) i att använda TRR-materialet. I tiden efter studie I fram till studie II förtydligades förskoleklassens läroplan och möjligheten att skapa en mer tydlig brygga vad gäller innehåll mellan förskolans och skolans matematikundervisning och lärandefokuset stärktes. Funderingar som uppstod utifrån studie I och förändringarna i förskoleklassens läroplan var till exempel hur TRR:s matematiska innehåll förhåller sig till den nya kursplanen för förskoleklassen. Detta skapade en nyfikenhet på hur elevernas fortsatta kunskapsutveckling skulle komma att se ut och hur de påverkats av deras tidigare matematik-

⁸ www.larportalen.skolverket.se

undervisning i förskoleklass. Detta ledde till slut till att jag åter sökte mig till forskningsstudier och genomförde två uppföljningsstudier med start 2016.

Från fas 2 till fas 3. Förskoleklassens läroplan förtydligas och får nu ett eget matematiskt centralt innehåll. Detta tillsammans med att förskoleklassen gick från att vara en frivillig skolform till att vara en del av det obligatoriska skol-systemet, genererade nya frågor kring hur dessa förändringar skulle avspeglas i förskoleklassens verksamhet. För att skapa goda förutsättningar att följa elevers lärande infördes också ett obligatoriskt bedömningsstöd, *Hitta matematiken* i förskoleklass. Hur kan ett obligatoriskt bedömningsstöd komma att tolkas av förskoleklasslärare i en lärandemiljö som ska brygga eleverna från informellt till formellt lärande? Dessa frågor ledde fram till studie IV.

Datainsamling, genomförande och urval

I avhandlingens studier ingick från start elever och förskoleklasslärare från 4 skolor. I fas 1 (2012) ingick 149 elever och 11 förskoleklasslärare från 7 förskoleklasser. Valet av skolor gjordes utifrån skolkontorets grupperingar av skolor med likvärdiga socioekonomiska faktorer i den aktuella kommunen. Kriteriet för skolornas deltagande i studien var att rektor godkände deltagandet och att de tillfrågade förskoleklasslärarna på skolorna tackade ja. Nästföljande steg var att be elever och deras vårdnadshavare att tacka ja. I de sju förskoleklasserna fanns olika yrkeskategorier av pedagoger representerade: förskollärare, förskollärare med behörighet för grundskolans tidigare år, grundlärare och grundlärare med behörighet för förskoleklass. Jag använder förskoleklasslärare som gemensam benämning på alla lärare som medverkade. Förskoleklasslärarna som deltog i fas 1 var alla ansvariga för matematikundervisningen i sin förskoleklass och alla förskoleklasslärarna ingick i arbetslag. Alla deltagande förskoleklasslärare var intresserade av matematikundervisning och ansåg att det var en viktig del i deras arbete som förskoleklasslärare. Sammansättningen av antalet förskoleklasslärare i de olika klasserna varierade, i vissa klasser var förskoleklassläraren ensam med klassen under matematikundervisningen och i andra klasser var de flera som undervisade tillsammans.

Under fas 1 genomfördes en interventionsstudie i förskoleklass som tillsammans med tillhörande fortbildning startade i november 2012. De sju klasserna delades in i två grupperingar utifrån skolkontorets grupperingar av likvärdiga socioekonomiska faktorer: kontrollgrupp (3 klasser på 2 skolor) och TRR-grupp (4 klasser på 2 skolor). Kontrollgruppen fortsatte sin ordinarie undervisning. För TRR-gruppen förändrades undervisningen genom en intervention. Genom interventionen använde förskoleklassens lärare en tydlig struktur i sin undervisning med hjälp av materialet, *Tänka, resonera och räkna* (TRR) utarbetat av Sterner och kollegor (2014). Grundtanken när TRR utarbetades var

att utgå från både relevant forskning och beprövad erfarenhet. TRR-gruppens förskoleklasslärare genomgick en 18 timmar fortbildningsinsats kopplat till TRR:s teorier och bakgrund. Fortbildningens fokus var det matematiska innehållet i aktiviteterna och identifiering av de hinder som kan uppstå i inläringen av detta matematiska innehåll. Empiri samlades in med hjälp av intervjuer, bedömningsenkäter, observationer samt för- och eftertest under tidsperioden november 2012 till juni 2013. Denna empiri låg till grund för licentiatavhandlingen (studie I). Fas 1 pågick under läsåret 2012/2013 och inleddes för eleverna med förtest. För förskoleklasslärarna inleddes den med intervjuer och en lärarbedömning av elevernas matematiska förmågor. Under interventionens gång genomförde samtliga förskoleklasslärare ytterligare tre bedömningstillfällen av elevernas förmågor, och observationer utfördes i alla sju klasser. Efter interventionen genomförde eleverna eftertest, och intervjuer hölls med lärarna. I studie I, *Förskoleklass – ett år att räkna med*, undersöktes förskoleklasslärarens möjligheter att följa och analysera elevernas matematikutveckling baserat på en helklassintervention i matematik.

Fas 2 var en uppföljning av interventionen i fas 1. Under uppföljningen i årskurs 3 (2016), gick 134 av de 149 eleverna fortfarande kvar i sina ursprungliga klasser med samma klasskamrater som i förskoleklass. Eventuellt nytillkomna elever i klasserna deltog inte. Resultaten på nationella provet i matematik för årskurs 3 samlades in för de elever som deltagit i studie I och låg till grund för de analyser som presenterades i studie II och III. Nationella provets delprovsresultat samt bedömningsunderlag samlades in och analyserades både individuellt och på klassnivå. De tidigare analyserade resultaten från för- och eftertest (studie I) användes för att följa elevernas kunskapsutveckling. Studie II och III var båda longitudinella uppföljningar av studie I och studie III är dessutom en fördjupning av resultaten i studie II. Studie II, *Counting on – long term effects of an early intervention programme*, redovisade de långsiktiga resultaten av den tidigare interventionsstudien (studie I) med 134 sexåringar från sju förskoleklasser. Detta för att utvärdera om TRR kan förhindra att i-risk-elever blir lågpresterande elever i matematik. I studie III, *Subject knowledge in Grade 3 after an inclusive mathematics intervention in preschool-class*, undersöktes vad som händer med elevers ämneskunskap i matematik över tid. I en jämförelse mellan kontrollgruppen och TRR-gruppen undersöktes skillnader på nationella provet i prestation på olika matematikområden.

I Fas 3 antogs ett annat perspektiv än de tidigare faserna. Fas 3 bestod av en kritisk nutidsanalys av styrdokument relaterade till det obligatoriska bedömningsstödet *Hitta matematiken*, som infördes i förskoleklass läsåret 2019/2020. I studie IV, *The politics of early assessment in mathematics education*, undersöktes och analyserades *framställandet av matematik, bedömning och eleven* i fem styrdokument. Urvalet under fas 3 utgjordes av

dokument som legat till grund för utformandet av bedömningsstödet eller ger instruktioner och stöd till förskoleklasslärare inför genomförandet av det obligatoriska bedömningsstödet:

1. *Hitta matematiken* (Skolverket, 2019a). Det nationellt bedömningsstöd för förskoleklass.
2. *Läsa, skriva, räkna – en garanti för tidiga stödinsatser* (Proposition 2017/18:195). Ett lagförslag för tidiga stödinsatser i läsa, skriva och räkna.
3. *Uppdrag att ta fram kartläggningmaterial och revidera obligatoriska bedömningsstöd och nationella prov i grundskolan, sameskolan och specialskolan* (Regeringen, 2017).
4. *Förskoleklassen – ett kommentarmaterial till läroplanens tredje del* (Skolverket, 2016c). Förskoleklassens syfte och innehåll från läroplanen kommenteras och förklaras.
5. *Utredningen om nationella prov* (SOU 2016:25). Utredningen där behovet av bedömning i förskoleklass sätts in i kontexten med nationella prov och bedömning utifrån kvalitet och likvärdighetsaspekter i utbildningen.

Interventionen TRR

Interventionsmaterialets designprinciper

Undervisningsmaterialet och undervisningsmodellen som använts till intervention i fas 1 och 2, *Tänka, resonera och räkna i förskoleklass*, TRR, (Sterners m.fl., 2014) är ett av få forskningsbaserade undervisningsmaterial i matematik som även har ett tydligt fokus på lärarens arbete med matematik i förskoleklassen. Som tidigare beskrivits baseras materialet på forskning och är utprovat tillsammans med lärare och elever (Sterners, 2015). TRR bygger på strukturerade matematiska aktiviteter där elever, individuellt och i grupp möter, använder, utvecklar och resonerar om olika representationer av tal. Aktiviteterna i undervisningsmaterialet implementeras enligt en specifik undervisningsmodell. Undervisningsmaterialet innehåller aktiviteter som är uppdelade i fyra teman:

1. sortering, klassificering och mönster
2. mängder, antal och talmönster
3. tals helhet och delar och slutligen
4. talraden.

Både aktiviteterna och modellen vilar på forskning om metoder som har visat sig vara framgångsrika för elever som riskerar att utveckla matematiksvårigheter, men materialet är designat för ordinarie undervisning i förskoleklass. Tre designprinciper är kombinerade för att stödja matematikundervisningen i förskoleklass (Sterners, 2015):

1. *Principen om strukturerade sekvenser av aktiviteter.* Materialet har en systematisk och tydlig idé om vad som ska läras som syns genom strukturerade aktiviteter med specifikt matematiskt innehåll. Strukturerad och explicit undervisning är särskilt gynnsam för elever som riskerar att utveckla svårigheter (Clark m.fl., 2011; Gersten m.fl., 2009). Det har visat sig positivt för dessa elevers lärande (Clements & Sarama, 2007; Clements m.fl., 2011).

2. *Principen om explicit undervisning.* Materialet har en systematisk och tydlig beskrivning av hur undervisningen organiseras, som syns i en cirkulär undervisningsmodell baserad på den linjära modellen för konkret-representativ-abstrakt nivå (CRA) (Witzel m.fl., 2003). Materialet är explicit i den meningen att varje aktivitet följer en specifik struktur men inte explicit i den meningen att läraren visar lösningen på aktiviteten. Syftet och teorin med att undervisa genom CRA är att säkerställa att eleverna har en grundlig förståelse av det begrepp som de lär. När elever med matematiksvårigheter tillåts att först utveckla en konkret förståelse för ett matematiskt begrepp är de mycket mer benägna att förstå begreppet på ett abstrakt plan och även att använda begreppet. Läraren överbryggat tydligt sambandet mellan konkreta-representationer-abstrakta representationer i begreppet eller problemet.

3. *Principen om kollektiva resonemang om representationer.* Materialet fokuserar på resonemang om representationer och elevers arbete, och elevernas egen dokumentation är det huvudsakliga redskapet för lärande. De representationer som används kopplar samman tal med rumsliga erfarenheter, som att gruppera, bygga och röra sig längs talraden. I materialet syns det i den cirkulära undervisningsmodellens återkommande resonemang om olika representationer individuellt och i grupp. Designprincipen bygger på Vygotskys teori (1978), där den sociala interaktionen mellan barn och vuxna är den huvudsakliga källan till lärande och utveckling. Språk är både ett kulturellt redskap för att utveckla och dela kunskap med andra i en social gemenskap och ett psykologiskt redskap för att strukturera det egna tänkandets processer och innehåll.

Interventionens fortbildning

Under implementeringen av interventionen i fas 1 genomgick alla deltagande förskoleklasslärare i interventionsgruppen en fortbildning (4 x 3 timmar) som var nära knuten till undervisningsmaterialet. Fortbildningen var koncentrerad på det matematiska innehållet i aktiviteterna och på undervisningsmodellen och utarbetad i samråd med materialets författare Görel Sterner. Vid varje fortbildningstillfälle gjordes en fördjupning av teori och innehåll inom det tema som förskoleklasslärarna skulle jobba med i sina förskoleklasser de följande tre veckorna. Fortbildningen var inte fokuserad på bedömning, elever i SUM eller elever som riskerar att vara i SUM. Däremot fick förskoleklasslärarna kunskap

om olika svårigheter och missuppfattningar som elever kan hamna i kopplade till de olika ämnesområden som materialet berör. Interventionsgruppen träffades förutom fortbildningen även i november, alltså före studiens start, och en avslutande träff i maj (2 x 3 timmar). Vid den avslutande träffen fick förskoleklasslärarna i interventionsgruppen skriftligt reflektera över interventionsmaterialets påverkan samt vilka utmaningar de stött på. Kontrollgruppens förskoleklasslärare fick ingen schemalagd fortbildning. I båda grupperna diskuterades matematiska förmågor, matematiskt innehåll och elever i svårigheter. Diskussioner togs både inför förskoleklasslärares användning av bedömningsenkäten och när frågor uppstod, vilket skapade viss reflektion och vissa lärandesituationer även för kontrollgruppens förskoleklasslärare.

Intervju

Sammanlagt utfördes 15 lärarintervjuer under fas 1. Varje förskoleklass var fokus för intervjuerna var för sig. Detta medförde att utifrån hur förskoleklassen var organiserad påverkades vilka som var närvarande vid intervjun. Några intervjuer var med en ensam förskoleklasslärare men mestadels genomfördes intervjuerna i grupp med de matematikundervisande förskoleklasslärarna i varje förskoleklass (studie I). För att försöka förstå undervisningen utifrån förskoleklasslärares erfarenheter och tankar bedömdes kvalitativ forskningsintervju (Kvale & Brinkmann, 2009) särskilt lämplig. Halvstrukturerade intervjuer genomfördes före och efter interventionen, med en intervjuguide (bilaga i studie I) som innehöll på förhand formulerade förslag på relevanta frågor inom de teman som jag var intresserad att få veta om – ett förhållningssätt som bland annat Kvale (1997) förespråkar.

Observation

Under fas 1 genomfördes 17 observationer, där jag utifrån min förkunskap som lärare och specialpedagog gick in i klassrummen utan någon förutbestämd idé om exakt vad som skulle observeras. Lektionsobservationerna genomfördes under vårterminen i förskoleklass och hade av holistisk, öppen och ostrukturerad ansats. Det innebär att som observatör ha en öppen roll i observationerna (Cohen m.fl., 2011), utan att delta i undervisningen. Vid alla observationer var dock både elever och förskoleklasslärare medvetna om min närvaro vilket naturligtvis innebar att jag som observatör var en del av den situation som skulle observeras. Detta bidrog till att min roll i förhållande till förskoleklasslärarna i de olika grupperna var olika: i interventionsgruppen var jag även förskoleklasslärares fortbildare. Min roll under observationerna i fas 1 varierade därmed mellan fullt deltagande och helt sluten, det vill säga att jag agerade som en i lärargruppen i vissa situationer och som en otillgänglig vuxen i andra situationer.

Observationerna dokumenterades genom fältanteckningar som efter besöket skrevs om till en sammanhängande beskrivande text.

Mätinstrument

Under de olika faserna har ett antal bedömningsinstrument och tester använts eller analyserats med olika syften. I fas 1 användes *Early Numeracy Test* (ENT) som förtest (T1) och eftertest (T2) och förskoleklasslärarna använde en bedömningsenkät. I fas 2 användes nationella provet i matematik för årskurs 3 som ett uppföljande test (T3) för att vid en precis tidpunkt jämföra elevers kunskapsresultat. I fas 3 analyseras styrdokumenterna för användandet av bedömningsstödet *Hitta matematiken*. Bedömningsinstrumenten och testerna presenteras nedan.

Bedömningsenkät

Elevernas förmågor bedömdes utifrån förskoleklasslärarnas uppfattning om elevernas förmåga att använda matematiska begrepp: förmåga att förstå mängder, antal, ordning och tal; förmåga att föra och följa matematiska resonemang och slutligen även förskoleklasslärarnas upplevelse av elevernas inställning till matematik. För att undvika okända begrepp eller kunskapsmål för förskoleklasslärarna var bedömningsenkäten baserad på de gemensamma mål som återfanns i både förskolans strävansmål och i grundskolans kunskapskrav. Förskoleklasslärarnas bedömning av elevernas kunnande utgick från en konstruerad bedömningsenkät, och bedömningarna utfördes vid fyra tillfällen under läsåret: november, januari, april och juni. Förskoleklasslärarna bedömde elevernas förmågor i matematik utifrån fyra på förhand bestämda kategorier: *svag* (röd), *på väg* (gul), *ok* (grön) eller *mycket god* (blå). ENT:s procentuella gruppnormering stod till grund för kategoriernas antal och stämmer även överens med de fyra grupperingar som återfinns i betygskriteriernas värdeord (Skolverket, 2011). Bedömningsenkäten fylldes i av mig under samtal med förskoleklasslärarna, som en bemannad enkät (Krag Jacobsen, 1993), om varje elevs kunnande vid den tidpunkten. Vid bedömningstillfällena följdes klasslistan elev för elev och förskoleklasslärarna svarade med den färg de ansåg passa i förhållande till elevens förmågor vid just den tidpunkten. Enkätsvaren sammanställdes för att visa på förändringar i det kunnande som förskoleklasslärarna upplevde att eleverna hade vid olika tillfällen under förskoleklassåret.

Early Numeracy Test

För att testa elevernas matematikkunskaper användes *Early Numeracy Test*, ENT, (Van Luit & Van de Rijt, 2005) som är ett strukturerat test och kan anses vara en bemannad enkät (Krag Jacobsen, 1993). Testet är uppbyggt på ett sådant sätt att eleverna med hjälp av konkret material eller bilder svarar på frågor

muntligt eller genom att peka på det svar de anser passar bäst. Vid testtillfällena uppstod intervjuliknande situationer med eleverna som påminde om de halvstrukturerade intervjuerna som genomfördes med förskoleklasslärarna. Syftet med ENT är att identifiera barn (mellan 4 och 7 år) som kan vara i riskzonen för att utveckla matematiksvårigheter. ENT mäter tidiga numeriska förmågor och består av 40 uppgifter inom åtta områden: *jämförelse, klassificering, ett-till-ett-principen, seriering, användning av räkneord, strukturerad räkning, resultaträkning* och *generell förståelse av tal*. De första fyra områdena handlar om generella numeriska förmågor, medan de fyra senare områdena fokuserar på räkneförmåga. Aunio och Niemivirta (2010) visar att det finns ett samband mellan de generella numeriska förmågorna och räkneförmågorna och refererar även till flera studier där ENT använts. ENT användes både som för- och eftertest. Det finns två likvärdiga test, ENT A och ENT B, som båda innehåller 40 likvärdiga uppgifter. ENT A användes som förtest (T1) och ENT B användes som eftertest (T2). Under de två testperioderna utförde jag och en av mig utsedd person⁹ var för sig testerna med eleverna. Inför testperioderna användes tid till att gemensamt fundera över:

1. hur testerna skulle genomföras för att säkerställa likvärdiga testförhållanden
2. eventuella frågor som skulle kunna komma från eleverna
3. hur eleverna skulle bemötas för att skapa likvärdiga testtillfällen.

Nationella provet i matematik

Nationella provet i matematik är ett nationellt kunskapsprov för alla elever i årskurs 3. Lärare sammanställer och hanterar elevernas resultat. Resultaten utgör en likvärdighetsaspekt i möjligheten att jämföra elevers prestationer i matematik vid en specifik tidpunkt. Syftet med nationella provet i matematik för årskurs 3 är dels att stödja en likvärdig och rättvis bedömning, dels att ge underlag för en analys av i vilken utsträckning kunskapskraven uppfylls både i enskilda klasser och nationellt. Varje läsår konstrueras nya nationella ämnesprov. Nationella provet i matematik för årskurs 3 består av sju delprov, varav ett är muntligt och sex är skriftliga. Delprov A är ett muntligt delprov som genomförs i grupper med tre till fyra elever. Delprov B–G är skriftliga delprov i separata provhäften.

Delprov i matematik:

A: Muntlig kommunikation problemlösning och resonemang om bråk

B: Rumsuppfattning och geometriska objekt

C: Förståelse för räknesätt och problemlösning

D: Mäta, jämföra, uppskatta tid och volym

E: Proportionella samband, matematiska likheter och problemlösning

F1: Positionssystemet

⁹ En utbildad och erfaren lärare och speciallärare

F2: Skriftliga räknemetoder

G1: Tal i bråkform och problemlösning

G2: Huvudräkning, division och multiplikation och likhetstecknets betydelse

Delproven syftar till att testa ett eller flera av de sex matematikområden som återfinns i kursplanens centrala innehåll. De sex områden i matematik som prövas är: *taluppfattning och tals användning, algebra, geometri, sannolikhet och statistik, samband och förändring* och *problemlösning* (Skolverket, 2016b). För skolåret 2015/2016 bestod det nationella provet i matematik i årskurs 3 som tidigare av sju deltester (A–G), men deltest F och G delades in i F1 och F2 respektive G1 och G2.

Hitta matematiken

Sedan 1 juli 2019 är det obligatoriskt att genomföra bedömningsstödet *Hitta matematiken* (Skolverket, 2019a) under höstterminen i förskoleklass. *Hitta matematiken* (HM) består av fyra aktiviteter med utgångspunkt i läroplanens syfte, förmågor och centralt innehåll för förskoleklassen. Materialet har ett ambitiöst syfte. Aktiviteternas konstruktion i bedömningsstödet har ambitionen att ge förskoleklassläraren möjlighet att kartlägga:

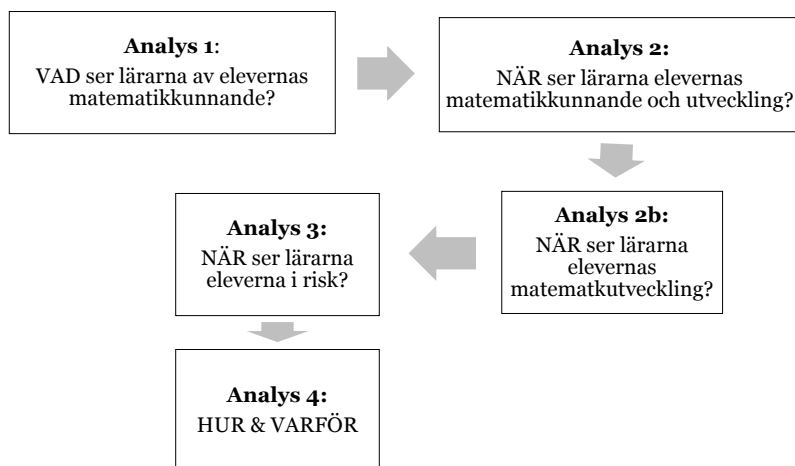
1. hur eleven visar nyfikenhet och intresse för det matematiska innehållet och
2. elevens matematiska förmågor,
3. kartlägga hur eleven prövar och använder olika idéer samt
4. hur eleven klarar att kommunicera och resonera utifrån matematiska begrepp.

Till hjälp för läraren finns lärarinstruktioner, kortare instruktionsfilmer frågor och svar samt en webbkurs.

Databearbetning och analysmetoder

Under de tre faserna, i de fyra studierna, har olika metoder och både kvantitativ och kvalitativ analys använts i syfte att besvara de fyra delstudiernas forskningsfrågor. Databearbetning och analys redovisas här i kronologisk ordning i sina respektive faser.

I fas 1 (studie I) utfördes kvantitativt analysarbete genom kvantifiering av delar av det genererade empiriska materialet. Hur analyserna i studie I förhåller sig till respektive forskningsfråga i studie I visas schematiskt i figur 2.



Figur 2: Schematisk bild av analysernas inbördes förhållande i studie I.

Analys 1 fokuserade på elevernas kunande och förskoleklasslärares bedömning. En jämförelse av elevernas testresultat på förtest (T1) respektive eftertest (T2) och förskoleklasslärares bedömningar i taluppfattning (*räkna*) analyserades. Resultatet från T1 och T2 sammanställdes i alla förskoleklasser på individ- och klassnivå, både utifrån resultat och utifrån normerad gruppindelning. Analys 2 fokuserade på bedömningsändringar över tid mellan de fyra bedömningstillfällena inom kategorierna taluppfattning (*räkna*), begreppsförståelse (*begrepp*) och matematisk resonemangsförmåga (*resonemang*). Totalt antal ändringar inom varje kategori sammanställdes. Sammanställningarna gjordes för varje enskild grupp både på klass- och individnivå. Resultatet från T1 och T2 jämfördes med förskoleklasslärares bedömningsenkäter och en tolkning av pedagogernas bedömning av elevernas kunskapsutveckling gjordes utifrån elevernas resultat. En fördjupad analys, 2b, gjordes för att tydliggöra vilka bedömningsförändringar som görs mellan de olika bedömningstillfällena (figur 3). Detta gjordes genom en sammanställning och analys av förskoleklasslärares bedömningar vid alla fyra bedömningstillfällen inom varje kategori. I första hand analyserades frekvenser och samband. Analys 3 undersökte specifikt i-risk-elever. Förskoleklasslärares bedömningar jämfördes med elevernas resultat på T1 och T2 och analyserades med fokus på i-risk-elever (figur 4).

Fas 1 avslutades med analys 4, som hade för avsikt att besvara frågeställningen Varför? Det vill säga hur innehåll och form hängde samman. I analysarbetet vävdes observationsanteckningar, upplevelser och intervjuer samman till beskrivningar för att försöka återskapa en helhetsbild av förskoleklasslärares möjligheter i förskoleklassen. Dessa analyserades utifrån utgångspunkten att skolkunskap och praktik (dvs. utbildning) delvis utgörs av tre sinsemellan

relaterade kunskapsbärande meddelandesystem: styrdokument, pedagogik och bedömning (Bernstein 1973). I de kunskapsbärande systemen utgör *styrdokument* ram för giltig kunskap som ska överföras. *Pedagogik* utgör ram för överförd kunskap och avser strukturer, undervisning, miljö, resonemang, kommunikation och pedagogisk kunskap. Ram för lärd kunskap är *bedömning* och avser olika möjligheter att få syn på elevers kunnande. Analysarbetet av intervjuerna genomfördes genom reflektion i flera steg, från data till enheter till placering i kategorierna. Det var ett analysarbete där data innefattar utsagor vilka grupperades till enheter som sedan sorterades i kategorier. Mönster synliggjordes genom att teoretiska begrepp placerades på kategorierna som byggde på Bernsteins teoretiska begrepp *styrdokument*, *pedagogik* och *bedömning*. I nästa steg analyserades TRR-förskoleklasslärares utsagor i intervjuer, skriftliga reflektioner och observationer för att synliggöra relationerna mellan TRR, undervisningen och bedömningen. Dessa tre meddelandesystem analyserades sedan vidare utifrån Kilpatrick och kollegors (2001) antagande att effektiviteten i matematikundervisning är förhållandet mellan lärares kunskap, användandet av matematiskt innehåll, lärares uppmärksamhet på och arbete med elever samt elevers engagemang i och användning av matematiska uppgifter.

Fas 2 utgick från kvantitativa analyser, där de statistiska analyserna genomfördes med SPSS version 24.0 (Statistical Package for the Social Sciences). För studie II gjordes först en inledande kontrollanalys som visade att uteslutandet av elever som inte fullgjorde alla tre testerna¹⁰ (T1, T2 och T3) inte påverkade jämförbarheten mellan de två grupperna. För att avgöra om interventionen i fas 1 hade haft någon synlig effekt räknades poängskillnad som progressionen mellan förtestet och eftertestet (T1 och T2). Ett *t*-test utfördes för att mäta om någon signifikant skillnad uppstod i de två gruppernas progression. Ytterligare ett *t*-test utfördes för att kontrollera eventuella skillnader mellan grupperna utifrån totalpoängen på det uppföljande eftertestet, nationella provet (T3). I nästa steg delades förskoleklassernas elever in i fyra undergrupper beroende på nivån på deras matematikprestationer vid T1: *High*, *HighMid*, *LowMid*, *Low*. Undergruppen *Low* omfattade alla i-risk-elever (dvs. nivåerna D och E från ENT). Eftersom antalet i-risk-elever i grupperna var litet ($n = 10$ och $n = 18$) analyserades skillnaden genom ett icke-parametriskt test, *Wilcoxon-rank-sum-test*, som anses vara robust med små urvalsstorlekar och eventuella skillnader i varians.

I fas 2 ingick även studie III som undersökte skillnader mellan TRR-gruppens och kontrollgruppens resultat på nationella provets olika delprov. Skillnader undersöktes både på helgruppsnivå och för undergruppen i-risk-elever. En kvantitativ analys utfördes för att undersöka om skillnaden var signifikant vid jämförelsen av delprovets resultatanalys. Ett ANOVA-test utfördes för att

¹⁰ Förttest (ENT A), eftertest (ENT B) och uppföljande eftertest (NP).

jämföra skillnaden av medelvärdet i delprovresultat mellan kontrollgruppen och TRR-gruppen. För att analysera i-risk-eleverna som var relativt få ($n = 10$ och $n = 18$) användes ett icke-parametriskt test (*Mann-Whitney U*) för att testa skillnaderna mellan de två oberoende grupperna (TRR och kontrollgruppen). Dessutom utfördes en kvalitativ innehållsanalys av TRR och delproven i det nationella provet. Det matematiska innehållet i de olika delproven analyserades för att synliggöra vilken kunskap som skiljde grupperna åt. Slutligen granskades sambandet mellan TRR och resultaten på det nationella provet.

Fas 3 utgick från ett kvalitativt tillvägagångssätt då fem styrdokument analyserades. De styrdokument som användes för att utforska *framställandet*¹¹ (Popkewitz, 2004, 2012) av *matematiken*, *bedömning* och *eleven* var politiska förarbeten, så som uppdrag, utredning och lagförslag, beslut om bedömningen i förskoleklass och bedömningsstödet *Hitta matematiken* (Proposition 2017/18:195; Regeringen, 2017; Skolverket, 2016c; Skolverket, 2019a; SOU 2016:25). Inledningsvis i analysprocessen sorterades text om förskoleklass från styrdokumenterna in i en tabell där varje styrdokument hade sin egen kolumn. I nästa steg kodades all vald text som skildrar *eleven*, *matematik*, eller *bedömning* i gul, grön och grå för att särskilja dessa från varandra. Exempel från denna process visas i tabell 2.

Tabell 2: De valda dokumenten och exempel på kodad vald text.

Dokument	Vald text
Skolverket, 2019a	få möjlighet att visa kunskaper som är av betydelse för utvecklingen av matematiskt tänkande.
Prop. 2017/18:195	främja en likvärdighet i lärarnas bedömningar av elevernas kunskaper. Vid kunskapsbedömning och betygssättning av enskilda elever ska lärarna utnyttja ett brett underlag för att bedöma hur långt eleven har kommit i sitt lärande i förhållande till uppsatta kunskapskrav. Till stöd för lärarnas bedömning utvecklar och tillhandahåller Statens skolverk nationella prov och andra bedömningsstöd.
Regeringen, 2017	Undervisningen ska ta tillvara elevernas nyfikenhet
Skolverket, 2016c	hur långt eleven har kommit i sitt lärande i förhållande till uppsatta kunskapskrav
SOU 2016:25	

I nästa steg skrevs dessa uttalanden om till förklarande omskrivningar. *Framställandet* tolkades därefter med hänseende på hur villkor, möjligheter, särdrag och avgränsningar var tillskrivna omskrivningarna och skrevs slutligen om i form av tolkade berättelser (tabell 3).

Tabell 3: Exempel på analysförfarandet och byggandet av de tolkande berättelserna (*framställande*).

¹¹ Begreppen *framställd*, *framställande*, *framställer*, *framställning* är svenska motsvarigheten till det teoretiska begreppet *fabrication* (se *Teoretiska utgångspunkter*).

Utvald text	Förklarande omskrivning	Tolkad framställning
"att observera elevernas matematiska förmågor i olika viktiga områden för utveckling av matematiskt tänkande"	Meningen med bedömningen är att identifiera elevers matematiska tänkande.	
"... tidigt ska kunna identifiera elever som visar en indikation på att inte nå de kunskapskrav som senare ska uppnås i årskurs 3"	Detta är nödvändigt för att identifiera elever i behov av stöd eller riskerar att inte nå målen tre år senare.	Brist på matematiskt tänkande är framställt som tänkta hinder för att nå kunskapskraven i årskurs 3.

Forskningsetiska överväganden

Som forskare har jag ett ansvar gentemot de människor som deltar i mina forskningsstudier. I planering och genomförande av studierna i den här avhandlingen har Vetenskapsrådets *God forskningssed* (Vetenskapsrådet, 2011, 2017) efterlevts utifrån *informationskrav*, *samtyckes-*, *konfidentialitets-* och *nyttjandekrav* både i generering av empiri och gällande forskningsresultat.

För att uppfylla *informations-* och *samtyckeskravet* fick först förskoleklasslärarna muntlig och skriftlig information om syftet. Efter att förskoleklasslärarna lämnat samtycke, lämnade respektive förskoleklasslärare muntlig information till vårdnadshavarna. Ett skriftligt informationsbrev skickades till alla vårdnadshavare i de aktuella förskoleklasserna med information om studien och om att deltagandet var frivilligt och kan avbrytas när som helst utan förklaring. De vårdnadshavare som var intresserade att låta sitt barn delta gav skriftligt medgivande till deltagande i studien (bilaga studie I). Alla elever informerades om min roll i förhållande till deras lärare och vad min medverkan i klassrummet och vid testtillfällena skulle medföra för dem om de valde att delta. De fick information att de kunde avbryta om de önskade det och vid varje testtillfälle fick de en påminnelse om detta. Vid den nya insamlingen av data i form av nationella provresultaten i fas 2 inhämtades inget nytt samtycke.

Konfidentialitetskravet uppfylls i studien genom att alla insamlade uppgifter kring personer förvaras skyddat. Konfidentialitetskravet uppfylls vidare genom att alla namn på personer, skolor och kommuner som förekommer i studien är fingerade och avidentifierade och förskoleklassgrupperna, elever och lärare har tilldelats alias. Den empiri som genererats förvaras på ett sådant sätt att inga obehöriga får tillgång till uppgifterna. Efter avslutat arbete kommer allt material att lämnas in till Umeå universitet för arkivering. *Nyttjandekravet* innebär att insamlade uppgifter endast ska användas i forskningsändamål. *Samtyckes-*, *informations-* och *nyttjandekravet* har beaktats då deltagarna godkänt att deras lämnade uppgifter får användas i forskningssyfte.

Intervjuliknande situationer med elever ger unika möjligheter men medför också dilemman. Det är i sådana situationer nödvändigt att jag som intervjuare börjar med att undersöka och ta ansvar för maktdynamiken mellan mig som vuxen och eleven; i en intervjurelation mellan barn och vuxna är den vuxne alltid ansvarig för att situationen upplevs trygg (Gubrium & Holstein, 2002). Innan första testtillfället besökte jag alla klasser och förskoleklasslärare för att skapa en relation och för att alla skulle ha möjlighet att ställa frågor. För de elever som testtillfället kunde bli känsligt för användes extra tid till att hitta mötessituationer inför testtillfället. Detta medförde att testtillfällen anpassades efter elevens behov i till exempel tid och plats.

Resultat

Resultatkapitlet inleds med ett kort nedslag i syftet med de respektive studierna I, II, III och IV¹² för att påminna om vilka studier som är underlaget för att besvara de två frågeställningarna i den här avhandlingen. Tanken med avhandlingens två frågeställningar är att knyta samman de olika studiernas resultat och därigenom synliggöra, *matematik, bedömning* och *i-risk-eleven* i förskoleklass. Resultaten som besvarar avhandlingens två frågeställningar¹³ redovisas senare i kapitlet utifrån resultat från studie I, II, III och IV¹⁴.

Studie I, *Förskoleklass – ett år att räkna med. Förskoleklass-lärares möjligheter att följa och analysera elevers kunskapsutveckling i matematik* (Vennberg, 2015). Denna studie hade till syfte att undersöka vad lärare uppmärksammade i matematikutvecklingen, när matematikutveckling blev synlig samt lärares möjligheter att identifiera i-risk-elever.

Studie II, *Counting on – long term effects of an early intervention programme* (Vennberg & Norqvist, 2018). Denna studie undersökte effekten av TRR på kort och lång sikt.

Studie III, *Subject knowledge in Grade 3 after an inclusive mathematics intervention in preschool-class* (Vennberg, manuskript). Denna studie undersökte skillnader på nationella provet gällande prestation på olika matematikområden mellan kontrollgruppen och TRR-gruppen.

Studie IV, *The politics of early assessment in mathematics education* (Bagger, Vennberg & Björklund Boistrup, 2019). I denna textanalys undersöktes hur policydokument har potential att styra införandet av bedömningsstöd i förskoleklass utifrån framskrivandet av eleven, matematiken och bedömning i förskoleklass. Syftet var att öka kunskapen om hur policydokument reglerar genomförandet av det nationella bedömningsstödet i matematik i förskoleklass.

¹² För ytterligare information kring studiernas respektive resultat hänvisas till de respektive studierna.

¹³ Resultat från studierna som besvarar forskningsfrågorna sammanställs och för en fördjupad beskrivning av resultaten hänvisas till respektive studie.

¹⁴ Studiernas respektive syfte och frågeställningar finns redovisade under *Avhandlingens syfte och frågeställningar* samt tabell 4.

Frågeställning 1 – Förskoleklasslärares föreställningar och förmågor relativt matematik, bedömning och i-risk-elever

Avhandlingens första frågeställning handlar om hur olika stöd- och undervisningsmaterial formar förskoleklasslärares föreställningar och förmågor relativt matematik, bedömning och i-risk-eleven. Med material avses dels det nationella bedömningsstödet *Hitta matematiken*, HM (Skolverket, 2019a) dels alla delar i interventionen *Tänka, resonera och räkna*, TRR (Sterners m.fl., 2014; Sterner, 2015). I båda fallen ingår även de bakomliggande idéer och principer som de två materialen vilar på. Framställanden som lärare möter formar och styr deras *föreställningar*¹⁵ och agerande (Popkewitz, 2004). Förskoleklasslärares föreställningar avser i avhandlingen dels det förskoleklasslärare uttrycker, som är formad och styrda av de framställningar som de har mött, och dels de föreställningar som framställs i styrdokument. Med förmågor avses här det kunnande som lärare visar i sin verksamhet. För att besvara frågeställning 1 har resultat från delstudie I, III och IV bidragit. Detta avsnitt inleds med hur förskoleklassens matematik och matematikinnehåll framställs och beskrivs, för att sedan relatera framställanden av matematik, bedömning och eleven i-risk till de två materialen TRR och HM.

En framställning om matematik som förskoleklasslärare möter i styrdokument är att undervisning i förskoleklass ska vara en bevarare av nyfikenhet och förståelse i matematik (studie IV). Resultaten i studie IV visade vidare att läroplanen framställer matematik för förskoleklass som ett vårdande- och bevarandeuppdrag. Ett utforskande tillvägagångssätt i matematik är framställt som konkret och bestående och som existerande i vardagen, samtidigt som lärande sker dolt genom förståelse och resonemang. Matematik i förskoleklass framställs även som att den ska stödja elever att uppleva sig själva i världen, uppskatta mångfald i idéer och synliggöra elevens egen kompetens att lösa problem. Alla ovannämnda framställningar finns i undervisningsmaterialet TRR och bedömningsstödet HM, som beskriver matematik som ett sätt att uppleva världen och relationerna i den och framställer matematik som något konkret och synligt (studie I och IV). I TRR påverkar designprinciperna utformningen av undervisningsmodellen och dess aktiviteter och stort fokus ligger på argumentation och resonemang, helt i linje med läroplanens framställning. Bedömningsstödet HM uppmuntrar också förskoleklassläraren att främja olika argument och resonemang och att inte nöja sig med bara en lösning från eleverna (studie IV).

Det finns dock motstridigheter inom bedömningsstödet HM och också mellan HM och läroplanen (studie IV). Till exempel är matematiken i bedömningsstödet

¹⁵ *Framställning* hänvisar till det teoretiska begreppet fabrication (Popkewitz, 2004) se *Teoretiska utgångspunkter*.

HM framställd som något som går att hitta och som finns i eleven. Observationsschemana som finns i bedömningsstödet, som är gjorda för att registrera när eleverna uppvisat det önskade matematiska beteendet, förutsätter att kunskap är möjlig att uppnå, observera och kontrollera vid en viss tidpunkt. Därmed framställs matematisk kunskap som säker, fast och objektiv. Detta står i kontrast till den tidigare beskrivningen i bedömningsstödet HM, där eleverna ska uppmuntras att utforska och förhandla fram lösningar och argument. HM framställer också det matematiska tänkandet, eller kunskapen, som något som kan och bör nås, fastän det inte finns några sådana mål att uppnå i förskoleklassens styrdokument. Eftersom bedömningsstödet HM endast innehåller fyra uppgifter, finns risk för ett avsmalnande av läroplanens innehåll i undervisningen, när dess fokus hamnar på det mätbara. Det kan i sin tur leda till en så kallad teach to the test-kultur (Blazer & Pollard, 2017; Jennings & Bearak, 2014; Mehrens & Kaminski, 1989), där undervisningen utformas kring aktiviteter som liknar bedömningsstödet HM:s uppgifter (studie IV).

En innehållsanalys av TRR:s matematiska innehåll visade att i TRR berörs de flesta av läroplanens matematiska områden, men TRR har ett uttalat fokus på taluppfattning och tals användning (studie III). Undervisningsmodellen i TRR är strukturerad, men med utgångspunkten att bevara förskoleklasspraktiken. TRR bygger på samlingar som består av ramsor, aktiviteter och lekar. Samtal och resonemang om det matematiska innehållet är det bärande elementet för att utveckla elevernas uppfattningar och erfarenheter, det vill säga att ta dem vidare från sin startpunkt. Det viktiga med aktiviteterna är att eleverna genom resonemang får erfarenheter under aktiviteten och att fokus inte blir på genomförandet i sig. Det matematiska innehållet ska inte som i bedömningsstödet HM uppnås vid en speciell tidpunkt eller ses som en slutpunkt som ska nås. Studie I visade att förskoleklasslärarna upplevde att det ökade samspelet¹⁶ som uppstod tack vare användandet av TRR gav dem en ökad medvetenhet angående sin egen kunskap och kommunikation i matematik:

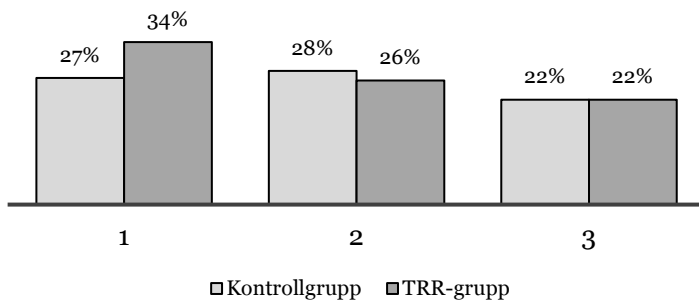
Alltså man har ju sett en progression, alltså att man har sett att de har utvecklats. Och så har man diskuterat. Ibland har man lyft vissa, det har funnits intresse hela tiden att prata om det och då börjar man kolla.

(Förskoleklasslärare från TRR-gruppen, studie I)

Förskoleklasslärares förmåga att följa i-risk-elever ökade med lärarnas ämneskunskap (studie I). Detta trots att bedömning var en perifer aspekt under deras fortbildning och i TRR. Materialet TRR stöttade förskoleklasslärarna att få bättre förståelse om elevernas kunskaper och även förbättrad förmåga att hjälpa

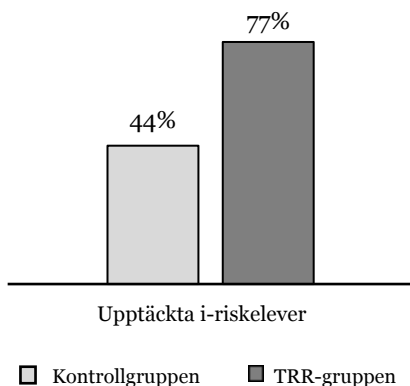
¹⁶ Lärare emellan och mellan lärare och elev.

i-risk-eleverna. TRR-gruppens förskoleklasslärare (studie I) identifierade också elevers kunskapsutveckling tidigare än sina kollegor i kontrollgruppen (figur 3).



Figur 3: Andel förändringar mellan de fyra bedömningstillfällena i kontrollgruppen och TRR-gruppen (relativt kategorin räkna).

Förskoleklasslärarnas föreställningar om bedömning förändrades, i både TRR-gruppen och i kontrollgruppen. TRR-gruppens förskoleklasslärare uttryckte att det blev svårare att bedöma under interventionens gång, trots att deras förmåga att bedöma elevers kunskaper i själva verket ökade. I kontrollgruppen uttryckte förskoleklasslärarna att de blev säkrare på att bedöma över tid mellan de fyra bedömningstillfällena, men det syntes inte i deras bedömningar (figur 3, figur 4). Förskoleklasslärarna i TRR ökade dessutom sin förmåga att upptäcka i-risk-elever och elever som redan var i SUM (figur 4).



Figur 4: Andel i-risk-elever som blev upptäckta under interventionen i studie I.

I TRR är, som tidigare nämnts, inte fokus på bedömning men däremot uppmuntras analys av aspekter som förskoleklasslärarna noterar i sin

undervisning. Studie I visar att TRR:s design ledde till ökad kommunikation förskoleklasslärare emellan och mellan förskoleklasslärare och elev. Ökad kommunikation ledde i sin tur till ett kunskapsbyggande¹⁷, där förskoleklasslärarna fick ökad förmåga att förstå sina egna matematikkunskaper och elevernas matematikutveckling. Den ökade förmågan om elevernas matematikutveckling förbättrade också förskoleklasslärarnas förmåga att bedöma elevernas kunskaper och upptäcka, följa och analysera elevernas kunskapsutveckling. Studie I visar att med TRR blev tillfällena för bedömning en naturligt integrerad process i undervisningen.

Studie IV visar att i bedömningsstödet HM framställs bedömningstillfällena som en avgränsad planerad aktivitet där målet är att kontrollera elevernas kunskaper. Bedömning i HM är, i motsats till TRR, framställd som ett behov att fånga elevens inre föreställningar, tänkande och brister (studie IV). Studie IV visade att i bedömningsstödet HM framställs förskoleklasslärare som ansvariga för att dels ha förmågan att anpassa undervisningen så att eleven kan uppnå målen i tredje klass, och dels ha förmåga att upptäcka var i utvecklingen eleven befinner sig. Bedömning i HM är framställd som ett verktyg för att stödja lärare i bedömningsprocessen och göra bedömningstillfället likvärdigt och säkra att alla elever får sina kunskaper uppmärksammande. Bedömning i HM framställs samtidigt i studie IV som en viktig styrning och kontroll av lärares bedömning. Lärares bedömningar framställs nämligen som osäkra på grund av att lärare har relationer med elever.

Resultaten i studie I visade på att motsatta föreställningar om eleven hade utvecklats hos förskoleklasslärarna i TRR-gruppen och kontrollgruppen. Kontrollgruppens förskoleklasslärare höll fast vid en mer kategorisk syn på eleven i sina bedömningar, medan TRR-gruppens förskoleklasslärares föreställningar förändrades från T1 till T2 till att vara mer relationella (Persson, 2001). TRR-gruppens förskoleklasslärare visade att de i sina bedömningar identifierade *innehåll* i undervisningen och *svårigheter* i lärandet av ett matematiskt innehåll snarare än *elever*.

En del hade det svårt med sortering och klassificering, det är inte så enkelt. Jag tror att det även var svårt för oss själva! I det fallet. Vi hade inte tänkt så mycket omkring det. Man tar det för givet där, men man har inte tänkt igenom det ordentligt...

(Förskoleklasslärare från TRR-gruppen, studie I)

TRR framhåller ett inkluderande förhållningssätt där alla elever ska ha möjlighet att delta och utvecklas i sitt lärande. Som tidigare nämnts är eleven i förskoleklass

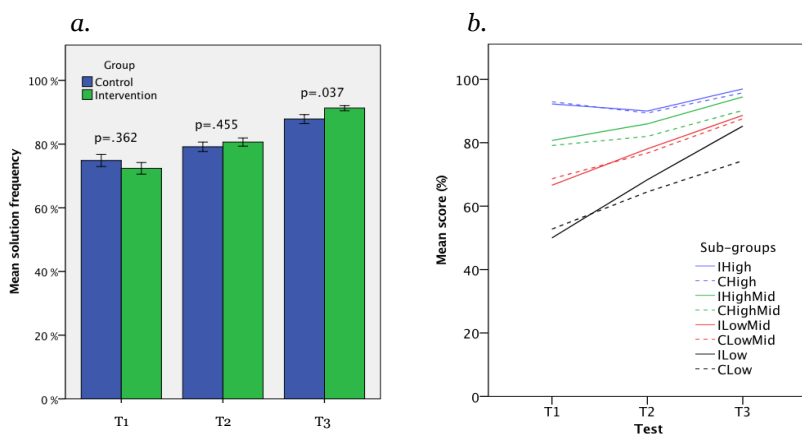
¹⁷ Wells teori om kunskapsbyggande, kunnandespiralen (1999).

framställd som redan matematiskt kompetent och intresserad och detta ligger i linje med instruktionerna till bedömningsstödet HM där användningen av bedömningsstödet framställs som en möjlighet i sig att lära sig matematik. Själva deltagandet i bedömningstillfället är framställt som det som kommer att informera förskoleklassläraren om var eleven befinner sig i sin utveckling. I de förberedande texterna framställs bedömning som något som *i sig* kommer att jämma ut ojämlikheter i undervisningen och ge högkvalitativt och jämlikt stöd tidigt. Studie IV visade vidare att det finns en övervikt mot att eleven är framställd som någon som saknar något och som någon som inte når målen och att detta utgör ett problem som kan växa över tid och därför behöver identifieras och korrigeras genom anpassningar av undervisningen.

Frågeställning 2 – TRR:s påverkan på kunskapsutveckling på kort och lång sikt

Avhandlingens andra frågeställning handlar om hur TRR påverkar i-risk-elevers kunskapsutveckling i matematik på kort och lång sikt. För att besvara denna frågeställning har resultat från delstudie I, II och III bidragit. Kortsiktig kunskapsutveckling avser här den kunskapsutveckling som har skett under förskoleklassåret. Långsiktigt avser hur kunskapsutveckling ser ut i årskurs 3, alltså tre år efter TRR-interventionen i förskoleklass.

Resultaten från studie I, II och III visade att det förekom en kunskapsutveckling i matematik hos elever i samtliga förskoleklassgrupper, men TRR-gruppens elever hade en både kort- och långsiktigt bättre kunskapsutveckling. Eleverna kunskapsutveckling blev också tidigare identifierad i TRR-gruppen. Under förskoleklassåret visade studie I och II att elevernas kunskapsutveckling var till TRR-gruppens fördel i förhållande till kontrollgruppen. I Studie II visades att skillnaden mellan utveckling i TRR-gruppen och kontrollgruppen var signifikant ($p=.038$) redan under förskoleklassåret. Vid respektive testtillfälle, T1 och T2, fanns det däremot inte någon signifikant skillnad grupperna emellan. Kunskapsutvecklingen från interventionens start till avslut var till också TRR-gruppens fördel (figur 6a, figur 6b). TRR-gruppen visade en signifikant kunskapsförbättring från interventionsstart till det nationella provet i årskurs 3. Vid T3 var också TRR-grupperna och kontrollgruppen signifikant skilda (figur 6a). Förtestets resultat (T1) visade att TRR-gruppen och kontrollgruppen vid interventionens början presterande på jämförbara nivåer (studie I).



Figur 5: a) Medelvärde samt gruppjämförelse för förtest, eftertest och uppföljande eftertest. b) Progressionen för de fyra nivågrupperingarna mellan testtillfälle T1 (ENT A), T2 (ENT B) och T3 (NP 3). Helledragen linje representerar TRR-gruppen och streckad linje representerar kontrollgruppen. Subgrupp I avser TRR-gruppen och subgrupp C avser kontrollgruppen.

Det fördröjda uppföljningstestet i årskurs 3 (T3), visade därtill att i-risk-eleverna i TRR-gruppen hade minskat resultatgapet mellan sig och sina kamrater som inte är i-risk-elever (figur 6b). Utifrån de fyra grupperingarna *High*, *HighMid*, *LowMid* och *Low*, konstruerade från T1, indikerade studie II (figur 6b) att de största skillnaderna mellan TRR-gruppen och kontrollgruppen finns i *Highmid* och *Low*. Studie II visade med andra ord att de elever i TRR-gruppen som identifierades som i-risk-elever före interventionen har haft störst kunskapsutveckling mellan förskoleklass och årskurs 3. De presterade i årskurs 3 i nivå med sina klasskamrater som inte var i-risk-elever och kan därför sägas inte längre vara i-risk. Nationella provet (NP) visade att det fanns signifikanta skillnader på två av deltesterna (F2 och G2) till TRR-gruppens fördel och att det inte fanns några signifikanta skillnader till kontrollgruppens fördel. I-risk-eleverna i TRR-gruppen följer samma mönster, och dessutom visar de signifikant skillnad i ännu ett deltest (E). De ämnesområden (tabell 4) som visade en signifikant skillnad mellan TRR-gruppen och kontrollgruppen är F2) skriftliga räknemetoder, G2) huvudräkning multiplikation och division, likamedtecknets betydelse och E) proportionella relationer, likheter och problemlösning. Analysen av matematikinnehållet i TRR och nationella provet¹⁸ visade att det enda matematikområde där inga signifikanta skillnader finns är geometri, som TRR inte innefattar (tabell 4). Det är dock värt att notera att där heller inte finns några signifikanta skillnader till kontrollgruppens fördel på detta område, som trots allt är en del av det centrala innehållet för förskoleklassen (tabell 4). Studie III indikerade därmed att inkluderande matematikundervisning med fokus på resonemang om representationer av tal ger möjligheter och förutsättningar att utveckla god räkneförmåga för alla elever och är särskilt stödjande för i-risk-elever. Studie II och III gav indikationer på en positiv effekt för i-risk-elever, och kanske lika viktigt: inga indikationer på att TRR skulle vara sämre för elever som inte är i-risk-elever.

¹⁸ Taluppfattning och tals användning, algebra, geometri, samband och förändring och problemlösning.

Tabell 4: Översikt över hur delprovresultat överensstämmer med matematikområden i TRR, de nationella proven (NP) och läroplanen för förskoleklass och årskurs 1–3. De delprovresultat som är signifikant skilda för alla elever är i fetstil (F2, G2) och delprov signifikant skilda endast för i-risk-elever är i fetstil och kursivstil (E).

TRR	FÖRSKOLEKLASS	ÅRSKURS 1–3 (Lgr-11)	NP
TALUPPFATTNING OCH TALS ANVÄNDNING			
-Mängder, 5-talet		-Naturliga tal och deras egenskaper, delas upp, antal och ordning	A
-Antal		-Positionssystemet	C
-Ordning	-Antal	-Del av helhet och del av antal	F1
-Klassificering	-Ordning	-Tal i bråkform	F2
-Sortering	-Del av helhet och del av antal	-Fyra räkneseffens egenskaper och samband	G1
-Tals helhet och delar		-Centrala metoder för bedömning	G2
-Relationer inom tal		-Rimlighetsbedömning	
-(Positionssystemet)			
ALGEBRA			
-Mönster		-Likheter	E
-Jämförelse, likheter, skillnader	-Mönster	-Likhetsstecknets betydelse	G2
		-Mönster	
GEOMETRI			
	-Rum	-Geometriska objekt	
	-Form	-Konstruktion och skala	B
	-Läge	-Lägesord	D
	-Riktning	-Symmetri	
	-Tid	-Mätning av längd, massa, volym, tid	
SANNOLIKHET OCH STATISTIK			
		-Slumpmässiga händelser i experiment och spel	
		-Tabeller, diagram	
SAMBAND OCH FÖRÄNDRING			
-Talmönster	-Förändring	-Proportionella samband t.ex. dubbelt, hälften	E
PROBLEMLÖSNING			
			A
-Undersöka	-Problemställning	-Strategier	C
-Resonera	-Problemlösning	-Formulering av problem	D
			E
			G1

Diskussion

Matematisk förmåga är ett brett begrepp som kan hänvisa till förmågan att integrera matematisk kunskap på olika sätt i livet. Matematisk förmåga handlar om att veta hur man använder matematisk kunskap och att kunna använda den i specifika situationer. Matematik i skolan hänvisar också till en bred användning av matematik som kräver en förståelse för den roll som matematik spelar i världen: det handlar inte bara om att kunna utföra räkning med siffror. Denna vida betydelse av matematik är inte alltid så tydlig, speciellt inte när man är 6 år och går i förskoleklass. Då krävs det att omvärlden är lyhörd på de betydelsefulla uppfattningar som elever har och tar dem som utgångspunkt för att ge de bästa möjligheterna för att utveckla och fördjupa elevernas uppfattningar.

- Helena: När kan du använda matte eller matematik?
- Mika: När man ska köpa något. Om man inte kan matte kan man ge för lite och bli fångad.
- Alde: Hela tiden, förutom när jag är på semester eller när jag har roligt för då glömmar jag bort lite.

Förskoleklass elever, studie I

Syftet med denna avhandling var att bidra med ökad kunskap om förskoleklasslärares förmåga att följa och främja elevers utveckling och lärande i matematik. Sammanfattningsvis visar resultaten att ett arbetssätt som fokuserar på att främja lärande kan leda till att utveckling och lärande blir mer synligt. Det skapar en inkluderande lärmiljö där förskoleklasslärarna har möjligheten att följa elevernas lärande. Bedömning byggs då in i en kontinuerlig process, och blir ett *följande* som verkar *främjande* av lärandet för alla elever men särskilt för i-risk-elever. Att följa lärandet genom TRR ger förskoleklassläraren ökad förmåga att utifrån aktiviteterna forma undervisningen för att ge eleverna fler erfarenheter inom olika områden. Aktiviteterna, som bygger på att tillsammans föra resonemang om representationer av tal verkar vara kunskapsfrämjande. Resultaten visar att TRR skapar möjligheter för i-risk-eleverna att hämta in och nästan stänga kunskapsgapet till sina kamrater som inte är i-risk-elever. Bedömningsstödet HM har samma ambition. Bedömningsstödet är utformat för att säkerställa att de elever som behöver stöd identifieras och ges de stödinsatser de behöver för att nå kunskapskraven i årskurs 3. Bedömningsstödet HM innehåller dock inget tydligt stöd för läraren i att anpassa undervisningen utifrån bedömningen. De exempel som ges för vilket stöd som ska sättas in är mycket generella som "ett undervisningsområde förklarar på ett annat sätt", "anpassade läromedel", "extra färdighetsträning" eller "enstaka specialpedagogiska insatser" (Skolverket, 2019b, s 8). Framgångsrika lärare kännetecknas av att kunna göra denna typ av anpassningar efter elevernas behov (OECD, 2015, 2016b), men

tidigare forskning visar också att detta kräver förmåga att använda varierade strategier och djupa kunskaper i matematikinnehållet (Baumert m.fl., 2010; Löwing, 2004). Bedömningsstödet HM startar i ett fokus på att följa elevernas lärande i förhoppning att detta ska leda till ett främjat lärande. Medan TRR startar i ett fokus på att skapa en lärandemiljö som främjar lärandet och främjandet leder till goda möjligheter att även följa lärandet. TRR och bedömningsstödet HM speglar alltså i viss mån två olika perspektiv på relationen mellan att följa och främja elevernas lärande.

Vilken påverkan kan "följa" i förskoleklass komma att ha på undervisningen om "följa" får betydelsen att identifiera elever istället för att fokusera på undervisning som främjar? Tidig identifiering av elever är förknippad med vissa risker. Resultaten tyder på att följa kunskapsutveckling utifrån bedömningsstödet HM kan överdriva en sökning efter fel och kontroll i stället för att främja alla elevers lärande. Bedömningsstödet HM riskerar att bli en summativ bedömning, som tidigare forskning visat kan leda till negativa konsekvenser för i-risk-elevers lärande och utveckling (Lundahl m.fl., 2015; Zimmerman m.fl., 2008), till exempel genom att lågpresterande elevers självkänsla påverkas negativt (Harlen & Deakin Cricks, 2002). Detta kan bli problematiskt då bedömning i syfte att upptäcka i-risk-elever riskerar att leda till ytterligare hinder för dessa elever snarare än att det leder deras lärande framåt. Att tidigt i sin skolgång få etiketten att vara en elev i svårigheter riskerar att stigmatisera eleven och negativt påverka elevens möjligheter i skolan.

Förskoleklasslärarnas föreställningar om matematik kan formas av användandet av bedömningsstödet och leda till ett avsmalnande av läroplanens innehåll och en *skolifiering* (Brogaard Clausen, 2015) av förskoleklassen. I HM bedöms det matematiska tänkandet, och delaktighet signalerar var eleven befinner sig i sin utveckling mot att uppnå kunskapskraven i årskurs 3. Detta kan leda till att fokus i undervisningen i förskoleklass blir mål att uppnå, trots att det inte existerar mål att uppnå för eleven i förskoleklass. Att fokusera på skillnaden mellan det elever kan och vad eleven borde kunna kan utgöra en begränsning för det Dysthe (2003) menar är en god bedömning av en elevs kunskaper: inte endast grunda sig i den nuvarande faktiska kunskapen, utan även se till den potentiella utvecklingen som eleven kan göra med rätt assistans. Bedömningssituationerna kan också komma att bidra till att skapa undervisningsmetoder där lärandet begränsas till att enbart förbereda eleverna för det specifika innehåll som ska testas. Det skulle i så fall leda till att likvärdigheten inom matematikundervisningen minskar genom att läroplanens innehåll avsmalnas utifrån ett *teach to the test*-perspektiv (Blazer & Pollard, 2017; Jennings & Bearak, 2014; Mehrens & Kaminski, 1989) på förskoleklassens matematikinnehåll. Detta skulle också innebära ett avsteg från läroplanens föreskrifter, som säger att undervisningen i förskoleklass ska utgå ifrån en helhetssyn på eleven och dess behov (SFS 2010:800). Det kan dock vara

ett medvetet steg i processen att omvandla förskoleklassen till första årskursen i en 10-årig grundskola, där kravet på helhetssyn släpps.

Resultaten visar en fortsatt stark effekt av TRR på det fördröjda eftertestet i årskurs 3 (T3). Detta ger en delvis annan bild än tidigare interventionsstudier med TRR. Sterner och kollegor (2019) visade en stark effekt och signifikant skillnad på eftertestet i förskoleklass till interventionsgruppens fördel, men en avtagande effekt vid uppföljningstestet i årskurs 1. Deras slutsats var att elevernas resultat inte fortsätter att förbättras men att TRR trots allt har en kvardröjande effekt. En förklaring till skillnaderna i resultat kan vara att de fördröjda effekterna uppkommer först efter årskurs 1. Chetty och kollegor (2011) visar att god undervisning *före skolan* kan ha fördröjda effekter *efter skolan*, i arbetslivet. En orsak till oklarheter kring effekter av tidiga interventioner (t.ex. Mononen m.fl., 2014) skulle alltså kunna vara att man inte mätt effekter tillräckligt långt efter.

Effekterna (och avsaknaden av effekter) visar sig också på oväntade områden i matematik. Delprov F2, som prövar skriftliga räknemetoder, och delprov G1, som prövar huvudräkning i multiplikation och division samt likamedtecknets betydelse, visar signifikanta skillnader till TRR-gruppens fördel. Delprov B och D som prövar geometri visar inga signifikanta skillnader mellan grupperna. Inget av dessa områden är fokus i TRR. För geometri betyder det att TRR-gruppen ägnat mindre tid till geometriområdet, som är ett centralt innehåll i förskoleklass, än vad man vanligtvis gör. Detta verkar inte ha påverkat dem negativt. Effekterna på räknemetoder indikerar att TRR har fungerat som en brygga från den informella matematiken till den formella, utan att ha tagit över skoltraditioner som lektioner och räkneövningar. En möjlig orsak till dessa resultat kan vara att TRR använder rumsliga representationer som en bas att resonera om tal och tals användning. Det finns en koppling mellan taluppfattning och rumsuppfattning (Lakoff & Núñez, 2000; Mulligan & Mitchelmore, 2013; Säfström, 2018) och det krävs en god taluppfattning och förståelse för tals helhet och delar för att bemästra bråk och division (t.ex. Geary m.fl. 2008). Förståelse för division och bråk ses i sin tur som grundläggande för att lära sig algebra och mer avancerad matematik.

För att stöd- och undervisningsmaterial ska kunna användas i överensstämmelse med förskoleklassens lärandeuppdrag behövs insikt om att kunskap är mer än det som är synligt. Detta kräver ett barncentrerat och utforskande synsätt både i vardagen och i organiserade aktiviteter (Sheridan & Pramling Samuelsson, 2009). TRR ger eleverna möjlighet att arbeta både självständigt och tillsammans med aktiviteter som synliggör elevernas tänkande och stödjer elevernas lärande något som visat sig vara framgångsrikt när det kommer till elevernas måluppfyllelse. Undervisningsmodellens utformning förefaller vara en av de

framgångsrika delarna i TRR. Att elever arbetar tillsammans i par eller i små grupper och hjälper varandra har tidigare visats främja lärande i studier om kooperativt lärande (Mitchell, 2014a, 2014b; Slavin m.fl., 2008). I samarbetet diskuterar eleverna och löser problem och utvärderar sitt arbete med stöd av läraren. Genom att resonera och ta del av andras lösningar på problem sker ett ökat lärande (Hagland m.fl., 2005), och genom att eleverna hjälper varandra så uppnår de resultat som är bättre än vad de hade uppnått själva (Mitchell, 2014a, 2014b).

I arbetet med TRR visade sig flera fördelar med att följa lärandet i förskoleklass. Resultaten indikerar bland annat en ökad likvärdighet i bedömning. Detta ledde till ökade möjligheter att sätta in relevanta insatser då materialet erbjuder möjligheter till både breddning och fördjupning inom olika matematikområden. TRR:s fokus på lärande som process ledde också till en högre måluppfyllelse hos eleverna i årskurs 3 och en ökad kompetens hos förskoleklasslärarna. TRR är ett omfattande material och vi vet inte exakt vad det är som ger effekt. TRR är inte bara en samling aktiviteter utan genomtänkt designade utifrån aspekter som tidigare har visats viktiga för att skapa *möjligheten till lärande*. En av anledningarna till att TRR verkar fungera förefaller vara att det ger ökade möjligheter till att uppmärksamma situationer i klassrummet, *teacher noticing* (Sherin m.fl., 2011), vilket kan leda till att det formativa förhållningssättet till lärande blir en naturlig del i undervisningen (t.ex. Baker m.fl., 2002; Kroesbergen & Van Luit, 2003). En annan tänkbar förklaring kan vara TRR:s fokus på systematisk undervisning och explicita instruktioner (designprincip 2) som till exempel Baker med kollegor (2002) lyfter som exempel på praktiker som förbättrar elevers lärande i matematik.

Det är värt att understryka att HM och TRR inte på något sätt är konkurrerande. Dessa två material kan fungera var för sig då de till viss del har olika syften. Men det är möjligt att de i kombination kan skapa ännu bättre förutsättningar för att både följa *och* främja. Arbetssättet i TRR, med resonemang och grupparbete om ett specifikt matematiskt innehåll, påminner om hur bedömningstillfällena med de fyra aktiviteterna är konstruerade. Detta skulle kunna innebära att genom att arbeta med TRR så kan läraren i större utsträckning följa upp bedömningarna i HM och därmed anpassa undervisningen med hjälp av aktiviteter som finns i TRR. Det skulle också kunna leda till att eleverna får förtrogethet med liknande lärandesituationer, och att deras möjligheter att visa sitt matematiska tänkande ökar. Förmågan hos förskoleklasslärarna att uppmärksamma och observera elevernas förmågor under bedömningstillfällena kan också utvecklas, då det verkar som att förskoleklasslärares förmåga i att uppmärksamma elevers utveckling och lärande ökar med arbetet med TRR.

Att följa och främja i förskoleklass är ett komplext fenomen. Därför har flera olika perspektiv och metoder använts. Maxwell (2004) menar att resultat om kausala mekanismer – det Shadish och kollegor (2002) kallar förklarande kausalitet – kräver en kombination av kvalitativa och kvantitativa metoder. De statistiska studierna (II & III) mäter effekter av interventionen TRR, det Shadish och kollegor (2002) kallar deskriptiv kausalitet. Studiernas kvantitativa resultat säger dock inget om *förklaringarna* till effekterna, vilket studie I ger. De kvalitativa analyserna av hur förskoleklasslärarnas föreställningar och förmågor förändrades under interventionen (studie I) gav förklaringar till hur och varför elevernas lärande främjades under förskoleklassåret. Avhandlingens studier kan dock inte förklara mekanismerna bakom interventionens effekt på resultaten på nationella provet i årskurs 3. Detta hade krävt kvalitativa analyser av rika data på vad som hänt under de tre åren efter interventionen TRR. En möjlig förklaring är dock att förskoleklasslärarens överlämnande till läraren i årskurs 1 gav djupare och mer specifika kunskaper om i-risk-elevernas kunskaper, vilket kan ha resulterat i snabbare och bättre anpassade insatser i årskurs 1. En annan möjlig förklaring är att arbetssättet i TRR spred sig på skolan och påverkade undervisningen positivt även i de kommande årskurserna.

I studie I framkom vilka föreställningar förskoleklasslärare uttryckte i förhållande till TRR medan i studie IV kartlades framställanden som kan komma att påverka förskoleklasslärarens föreställningar genom bedömningsstödet HM. Vilka föreställningarna HM faktiskt resulterar i svarar inte avhandlingen på. Att undersöka hur de underliggande principerna i bedömningsstödet HM formar pedagogik och bedömning (Bernstein, 1990/2003) i förskoleklass är först nu möjligt, då implementeringen av HM påbörjades i avhandlingens slutskede. Makt och maktförhållande är centralt för både Bernsteins (1990/2003) och Popkewitzs (2004, 2012) idéer, men det har inte varit i förgrunden i avhandlingens analyser. Det finns dock flera betydelsefulla maktrelationer i förhållande till förskoleklassens position, dess styrdokument och utifrån bedömning och i-risk-elever. Att utforska dessa relationer hade underlättats om studie I och IV hade utgått från samma teoretiska utgångspunkt. Istället prioriterades att belysa förskoleklasslärarens möjligheter att följa och främja alla elevers utveckling och lärande i matematik från olika perspektiv.

Att forska inom bedömning och använda tester som referenspunkt för lärares bedömning, som jag gör i studie I, är delvis problematiskt. Det kan ge sken av att tester kan avslöja ”sanningar”, vilket kan leda till en övertro på vad tester kan visa och i förlängningen en misstro till lärares förmåga. Genom att använda mätinstrument som ett kalibrerande verktyg är jag med och reproducerar en bedömnings- och testkultur som jag samtidigt ställer mig kritisk till. En liknande problematik uppstår i förhållande till gruppen i-risk-elever. En del av dessa elever är ännu inte i svårigheter, men genom att fokusera dem som grupp riskerar

de att behandlas som att de redan befinner sig i SUM. Detta skulle kunna leda till att de som grupp får begränsade möjligheter att utveckla sina matematiska kunskaper, då undervisningen för dessa elever i större utsträckning fokuserar stöd än utmaning. Samtidigt är det inte möjligt undersöka, utveckla eller stötta något som hålls dolt. För att främja alla elevers lärande behöver vi veta vad de redan kan. För att följa alla elevers utveckling och ta reda på vad som bäst främjar den, behöver vi mäta deras kunskaper över tid. Genom att kombinera tester med flera andra metoder (i detta fall t.ex. observation, intervju) skapades fler referenspunkter för elevers kunskap, som tillsammans bidrog till en helhetsbild. Jag har använt det beprövade testet ENT och det redan implementerade nationella provet i årskurs 3 för att synliggöra elevers kunskaper. Dessa test är inte på något sätt heltäckande. ENT har dock använts i många studier och visat sig vara tillförlitligt i att synliggöra skillnader i den tidiga taluppfattningen. Nationella provet är ett prov som alla elever i årskurs 3 gör och som är utarbetat för att jämföra mot givna mål. Till skillnad från ENT så avser nationella provet att pröva flera områden i matematik. Detta gjorde att det var möjligt att studera effekter av TRR på elevers matematikkunskaper mer generellt.

Implikationer till praktiken

Förskoleklassens uppdrag är att ha en helhetssyn på undervisning för *alla* elever. Följa efter, följa upp eller följa med ... vad krävs för att våga följa alla elevers utforskande av ett främjande av kunskap? Det är frågan som förskoleklassverksamheten behöver hitta former för. Undervisningens syfte är att elever ska bli medvetna om matematikens roll i deras liv. Resultaten i den här avhandlingen visar att det är av vikt att förskoleklasslärare är medvetna om sin egen roll och sina kunskaper för att på bästa sätt kunna hjälpa elever i förskoleklass att förstå vad matematik är och hur den kan användas.

Undervisningen ska baseras på vetenskaplig grund och beprövad erfarenhet, men det finns lite forskning om förskoleklassens lärande. Bedömningsstödet *Hitta matematiken* kan hjälpa förskoleklasslärare att identifiera i-risk-elever, men ger inte tillräckligt stöd för att främja de identifierade elevernas lärande. Det stödet verkar dock undervisning genom TRR ge. Vi vet inte exakt vad i TRR som gör att materialet fungerar, men att det hjälper i-risk-elever och kan vara en del i att sätta *alla* elevers lärande i fokus. Att använda TRR tillsammans med HM kan kanske minska risken för ett avsmalnande av det matematiska innehållet och skolifiering, som en bedömningskultur annars riskerar att föra med sig.

Ett ökat fokus på bedömning i förskoleklass för med sig viss risk för särskiljning av elever istället för att fokusera vad i undervisningen som behöver förändras eller förstärkas för att utveckling och lärande ska ske hos *alla* elever. Det är av vikt att synliggöra elevers behov för att öka möjligheten att skapa förutsättningar

för att främja deras lärande. Men genom att synliggöra kan fokus skifta. Skifta från att planera en undervisning som främjar alla elevers lärande, till att inte se vissa elever som en del av den undervisning som ska planeras. En uppmaning till lärare i förskoleklass är att använda arbetssätt i undervisningen där elever, i-risk-elever och elever i SUM tydligt ingår i gruppen ALLA elever.

Fortsatt forskning

Denna avhandling har förhoppningsvis bidragit med kunskap om ett relativt outforskat fält: utveckling, lärande och bedömning i förskoleklass, men fler frågor återstår.

Resultaten i denna avhandling visar att ett arbetssätt som fokuserar på att främja lärande kan leda till att lärandet blir synligare och därmed också skapar bättre möjligheter att följa lärandet. Det har däremot inte varit möjligt att studera implementeringen av det nationella bedömningsstödet i förskoleklass. Denna implementering är ett unikt tillfälle att få kunskap om hur en verksamhet utan kunskapskrav förändras i en bedömningskultur som i så stor utsträckning härstammar från skolans kultur. Hur förändras kunskapsinnehållet och hur hanterar förskollärarna ytterligare ett uppdrag i sin redan komplexa verksamhet? Här öppnas möjligheter att jämföra hur HM påverkar förskoleklasslärares föreställningar och förmågor relativt matematik, bedömning och i-risk-elever i jämförelse med TRR, och hur de två materialen påverkar förskoleklassen tillsammans.

Tidigare forskning har visat att TRR har en stark effekt på kort sikt, och denna avhandling visar en fortsatt stark effekt fram till årskurs 3. Detta väcker frågor om hur tidig matematikundervisning påverkar lärande på ännu längre sikt. Det framstår därför som intressant att följa upp TRR-gruppen och kontrollgruppen senare i deras skolgång. Två givna tillfällen kan vara vid nationella provet i årskurs 6 och årskurs 9. Detta skulle också kunna ge djupare och bredare kunskap om elevers matematikutveckling, då nationella provet för årskurs 6 och 9 är mer omfattande och mäter mer avancerad matematikkunskap än i årskurs 3.

Vi bör också fundera på hur vi kan nyttja den kunskapen som nu finns om interventionen TRR. Mina resultat visar att TRR främjar lärandet i förskoleklass, vilket väcker frågan hur material baserat på samma principer kan utvecklas för skolans tidiga årskurser, och om sådant material också kan vara gynnsamt i årskurs 1 och 2.

Slutord

Sedan den 1 juli 2019 är det obligatoriskt att genomföra bedömningsstödet *Hitta matematiken*, och nu bereds lagförslaget om en tioårig grundskola. Detta innebär att förskoleklassen kan komma att förvandlas till årskurs 1 i en 10-årig grundskola. Tanken är att det ska ge eleverna bättre förutsättningar att nå läroplanens kunskapsmål.

Men bedömning är inte en garanti för lärande. Att följa elevers utveckling och lärande leder inte med säkerhet till att utveckling och lärande främjas. Lärande i förskoleklass blir stärkt av att inte begränsa matematiken till att ta sig från A till B utan att istället satsa på att ta sig från A och vidare.

Oavsett om du väljer att bara följa, följa för att främja eller främja genom att följa matematiklärande i förskoleklassen, glöm inte att **RÄKNA MED ALLA ELEVER!**

Tack

Min resa till en avhandling har varit uppdelad i två delresor. Den första delen av resan resulterade i en licentiatavhandling och jag hade möjlighet att tacka en lång rad av underbara och kunniga människor i min licentiatavhandling. Nu avslutas den andra och avslutande delen av resan och jag får ännu en chans att rikta mitt tack. Denna gång till alla fantastiska och kompetenta människor som funnits vid min sida under den andra delen av resan.

Tänk att ha ett eget TEAM! Det är verkligen något jag kommer att sakna nu när den här delen av resan avslutas. Tack alla mina tre handledare för er uppmuntran och kunniga vägledning från osorterade tankar och funderingar till en nu avslutad avhandling. Tack för att ni alltid har tagit er tid att lyssna på mina funderingar och att det har känts som att er dörr alltid står öppen för mig. Tack för att ni tillsammans kompletterat varandra och bidrar med era olikheter i en perfekt kombination. Min energiska huvudhandledare *Maria Berge*, särskilt tack för att du envisas med alltid vilja förstå och att du så modigt klivit in i min värld. Tänk att just jag fick bli din förstfödda! Från första delresan fick jag turligt nog behålla dig *Gunnar Sjöberg* som min biträdande handledare. Tack för alla år jag har fått haft dig med mig, jag har lärt mig så mycket. Jag uppskattar särskilt din tilltro till min förmåga och din visdom om vårt fält. *Anna Ida Säfström*, du kom in i teamet som biträdande handledare under mitt sista år. Vilket härligt år! Tack för att du guidat mig med skärpa, humor och en enastående förmåga att förstå och hjälpa mig strukturera vad jag försöker säga. Jag är dig så djupt tacksam!

Alla gamla och nya *kollegor* på min arbetsplats under den här resan, *NMD*, institutionen för naturvetenskapernas och matematikens didaktik och inom forskarmiljön *UFM*, Umeå forskningscentrum för matematikdidaktik. Tack för att jag fått vara en del av alla era med- och motgångar under så många år, alla tillfällen till skatt, samtal, diskussioner eller stöd i svåra stunder. Jag kommer verkligen att sakna er!

Jag haft fördelen att hinna träffa många *doktorander* på *NMD* och i *FU*, forskarskolan i utbildningsvetenskap. Alla gamla och nya doktorandkollegor, tusen tack för allt jag fått möjlighet att lära tillsammans med er!

Tack *Lotta Vingsle*, för värdefullt stöd vid slutjobbet med denna avhandling och tack, *Ewa Bergqvist* för att du med lyhördhet skapat bra förutsättningar för mitt arbete. Min kära kollega, *Mathias Norqvist*, finns det något du inte kan ta dig an? Jag är så tacksam över att jag fått skriva en artikel tillsammans med dig, kanske det var då jag, i hjärtat, förstod att det här med forskning är faktiskt kul på riktigt! Tack!

Tack *Eva Norén*, för att du ville vara min 90 %-läsare! Jag uppskattar det kunskapsbyggande jag fick vara med om tillsammans med dig under seminariet.

Tack *Anette Bagger*, för att du outtröttligt stannar vid min sida och ger mig kraft att fortsätta fundera och tänka. Tack för all läsning och alla kommentarer. Du är värdefull! *Anette* och *Lisa Björklund Boistrup*, tack för att ni bjöd in mig till att vara del i något stort. Att få skriva tillsammans med er var en ögonöppnare till en större värld, en värld där man funderar, diskuterar och skapar tillsammans. Tack!

Min fantastiska familj! *Micke*, *Vilda*, *Liv* och *Vide*, tack för att ni stöttat mig och låtit mig få det jag behöver för att slutföra den här resan. Nu när avhandlingen är avslutad ser jag mycket framemot att fortsätta vår gemensamma resa i livet. Vi startar med Mallorca i april och sen Paris i juni, sen får vi väl se vart livet för oss. I vilket fall som helst så gör vi det tillsammans – det starka femtalet!

Flurkmark i mars 2020

Referenser

- Ackesjö, H. (2010). *Läraridentiteter i förskoleklass. Berättelser från ett gränsland*. [Licentiatstudie, Göteborgs universitet]. DiVA-portal.org.
- Ackesjö, H. (2011). *Förskoleklassen: En bro eller en ö mellan förskola och skola?* Liber.
- Ackesjö, H. (2014). *Barns övergångar till och från förskoleklass: gränser, identiteter och (dis-)kontinuiteter*. [Doktorsavhandling, Linnéuniversitetet]. DiVA-portal.org.
- Ackesjö, H. & Persson, P. (2019). The schoolarization of the preschool class – policy discourses and educational restructuring in Sweden, *Nordic Journal of Studies in Educational Policy*, 5:2, s. 127-136.
- Amrein, A.T. & Berliner, D.C. (2003). The effects of high-stakes testing on student motivation and learning. *Educational Leadership*, 60(5), s. 32–38.
- Anthony, G. & Walshaw, M. (2007). *Effective pedagogy in mathematics*/p,ngarau: Best evidence synthesis iteration [BES]. Wellington: Ministry of Education.
- Anthony, G. & Walshaw, M. (2009). *Effective Pedagogy in Mathematics. Educational Practices Series 19*. International Academy of Education & International Bureau of Education. UNESCO International Bureau of Education.
- Aubrey, C., Dahl, S. & Godfrey, R. (2006). Early mathematics development and later achievement: Further evidence. *Mathematics Education Research Journal*, 18(1), s. 27–46.
- Aunio, P., Hautamäki, J. & Van Luit, J. (2010). Mathematical thinking intervention programs for preschool children with normal and low number sense. *European Journal of Special Needs Education*, 20:2, s. 131-146.
- Aunio, P., & Niemivirta, M. (2010). Predicting children's mathematical performance in grade one by early numeracy. *Learning and Individual Differences*, 20(5), s. 427–435.
- Aunio, P. & Räsänen, P. (2016) Core numerical skills for learning mathematics in children aged five to eight years – a working model for educators. *European Early Childhood Education Research Journal*, 24:5, s. 684-704.
- Bagger, A. (2015). *Prövningen av en skola för alla. Nationella provet i matematik i det tredje skolåret*. [Doktorsavhandling, Umeå Universitet]. DiVA-portal.org.
- Bagger, A. & Roos, H. (2015). How Research Conceptualises the Student in Needs of Special Education in Mathematics. I O. Helenius, A. Engström, T. Meaney, P.

Nilsson, E. Norén, J. Sayers & M. Österholm, (Red.), *Development of Mathematics Teaching: Design Scale, Effects. Proceedings from MADIF9: The Ninth Swedish Mathematics Education Seminar*. SMDf.

Bagger, A., Vennberg, H., Björklund Boistrup, L. (2019). The politics of early assessment in mathematics education. I U.T. Jankvist, M. Van den Heuvel-Panhuizen, M. Veldhuis, M. (Red.), *Proceedings of the Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (s. 1831-1838). Freudenthal Group & Freudenthal Institute, Utrecht University and ERME.

Baker, S., Gersten, R. & Lee, D. (2002). A synthesis of empirical research on teaching mathematics to low-achieving students. *Elementary School Journal*, 103: s. 51–73.

Ball, S. (2003). The teacher's soul and the terrors of performativity. *Journal of Education Policy*, 18:2, s. 215-228.

Baumert, J., Kunter, M., Blum, W., Brunner, M., Voss, T., Jordan, A. ... & Tsai, Y.M. (2010). Teachers' mathematical knowledge, cognitive activation in the classroom, and the student progress. *American Educational Research Journal*, 47(1), s. 133-180.

Berge, M. & Ingerman, Å. (2017). Multiple theoretical lenses as an analytical strategy in researching group discussions, *Research in Science & Technological Education*, 35:1, s. 42-57.

Bernstein, B. (1973). *Class, codes and control*. (Vol. 2). Routledge & Kegan Paul.

Bernstein, B. (1996/2000). *Pedagogy, symbolic control and identity: theory, research, critique* (2nd ed.). Rowman & Littlefield Publishers.

Biesta, G.J. (2004). Education, accountability, and the ethical demand: Can the democratic potential of accountability be regained? *Educational theory*, 54(3), s. 233-250.

Biesta, G. (2009). Good education in an age of measurement: On the need to reconnect with the question of purpose in education. *Educational Assessment, Evaluation and Accountability*, 21(1), s. 33-46.

Blazar, D. & Pollard, C. (2017). Does Test Preparation Mean Low-Quality Instruction? *Educational Researcher*, 46(8), s. 420–433.

Boaler, J. (2002). Learning from Teaching: Exploring the Relationship between Reform Curriculum and Equity. *Journal for Research in Mathematics Education*, 33(4), s. 239-258.

Boaler, J. (2009). *The elephant in the classroom: teaching students to learn and love maths*. Lawrence Erlbaum Associates.

- Boesen, J., Emanuelsson, G., Johansson, B., Wallby, A. & Wallby, K. (2007). Inspiration för svensk matematikutbildning. I J. Boesen, G. Emanuelsson, A. Wallby & K. Wallby (Red.), *Lära och undervisa matematik – internationella perspektiv* (s. 1-6). Göteborg: Nationellt Centrum för Matematikutbildning.
- Brogaard Clausen, S. (2015). Schoolification or early years democracy? A cross-curricular perspective from Denmark and England. *Contemporary Issues in Early Childhood*, 16(4), s. 355–373.
- Butterworth, B., & Yeo, D. (2004). *Dyscalculia Guidance: Helping pupils with specific learning difficulties in maths* (s. 58). NferNelson Publishing Company.
- Chetty, R., Freidman, J.N., Hilger, N., Saez, E., Whithmore Schanzenbach, D. & Yagan, D. (2011). How does your kindergarten classroom affect your earnings? Evidence from Project STAR. *NBER Working paper* No. 16381.
- Clark, B., Smolkowski, K., Baker, S., Fien, H. & Chard, D. (2011). The impact of a comprehensive tier 1 kindergarten curriculum on the achievement of students at-risk in mathematics. *Elementary School Journal*, 111, s. 561-584.
- Clements D.H. & Sarama J. (2007). Early childhood mathematics learning. In: Lester FK Jr, ed. *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*. Information Age Publishing: s. 461-555.
- Clements D.H. & Sarama J. (2009). Learning and teaching early math: *The learning trajectories approach*. Routledge.
- Clements, D.H. & Sarama, J. (2011). Early childhood teacher education: the case of geometry. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 14, s. 133–148.
- Clements, D.H. & Sarama, J. (2013). Rethinking Early Mathematics: What is Research-Based curriculum for Young Children. I L.D. English, J.T. Mulligan, (Red.), *Reconceptualizing Early Mathematics Learning*, Advances in Mathematics Education. Springer.
- Clements, D.H., Sarama, J., Spitler, M.E., Lange, A.A. & Wolfe, C.B. (2011). Mathematics learned by young children in an intervention based on learning trajectories: A large-scale cluster randomized trial. *Journal for Research in Mathematics Education*, 42(2), s. 127-166.
- Clements, D.H., Sarama, J., Wolfe, C.B. & Spitler, M.E. (2013). Longitudinal Evaluation of a Scale-Up Model for Teaching Mathematics with Trajectories and Technologies: Persistence of Effects in the Third Year. *American Educational Research Journal*, 50(4), s. 812–850.
- Cohen, L., Manion, L. & Morrison, K. (2011). *Research Methods in Education*, Routledge.

- Cohen Kadosh, R., Dowker, A., Heine, A., Kaufmann, L., Kucian, K. (2013). Interventions for improving numerical abilities: present and future. *Trends in neuroscience and education*. 2(2), s. 85-93.
- Dahlberg, G, Moss, P, & Pence, A. (2007). Beyond Quality in Early Childhood Education and Care: *Languages of Evaluation*, vol. 2. Routledge.
- Diamond, K. E., Justice, L. M., Siegler, R. S. & Snyder, P. A. (2013). *Synthesis of IES research on early intervention and early childhood education* (NCSER 2013-3001). U.S. Department of Education, Institute of Education Sciences, National Center for Special Education Research.
- Dowker, A. (2004). *What works for children with mathematical difficulties?* Department for Education and Skills (DfES).
- Dockett, S. & Perry, B. (2007). *Transition to school: Perceptions, expectations, experiences*. University of New South Wales Press.
- Duncan, G., Dowsett, C., Claessens, A., Magnuson, K., Huston, A., ... & Sexton, H. (2007). School readiness and later achievement. *Developmental Psychology*, 43(6), s. 1428-46.
- Dweck, C. S. (2015). Growth. *British Journal of Educational Psychology*, Vol. 85, The British Psychological Society.
- Dunlop, A-W. (2002) Perspective on Children as Learners in the Transition to School. I Fabian, H. & Dunlop, A-W (Red.), *Transitions in the Early Years. Debating Continuity and Progression for Children in Early Education*, s.98-110. Routledge Tylor & Francis Group.
- Dysthe, O. (2003). *Dialog, samspel och lärande*. Studentlitteratur.
- Elwood, J. & Murphy, P. (2015). Assessment systems as cultural scripts: a sociocultural theoretical lens on assessment and products. *Assessment in Education: Principles, Policy & Practices*. Vol. 22, No. 2, s. 182-192.
- Engström, A. (1999). *Specialpedagogiska frågeställningar i matematik. Arbetsrapporter vid Pedagogiska Institutionen: Örebro universitet*.
- Engström, A. (2015). *Specialpedagogiska frågeställningar i matematik: en introduktion*. Karlstad universitet.
- Europa Kommissionen. (2011). Communication from the Commission. Early Childhood Education Care: *Providing all our children with the best start for the world of tomorrow*. [COM (2011) 66 final].
- Europa Parlamentet. (2006). Recommendation of the European Parliament and of the Council of 18 December 2006 on key competences for lifelong learning (2006/962/EG). *Official Journal of the European Union*, [Document 32006H0962, L 394/10].

Fabian, H. (2002) Empowering Children for Transitions. I H. Fabian & A-W. Dunlop (Red.), *Transition in the Early Years*. s. 123-134. Routledge.

Fabian, H. & Dunlop A.W. (2007). Outcomes of Good Practice in Transition Processes for Children Entering Primary School. Paper commissioned for the EFA Global Monitoring Report 2007, *Strong foundations: early childhood care and education*.

Foucault, M. (1977). *Discipline and punishment*. Allen Lane.

Garpelin, A. (2003). *Ung i skolan: om övergångar, klasskamrater, gemenskap och normalisering*. Studentlitteratur.

Garpelin, A. (2004). Accepted or Rejected in School. *European Educational Research Journal*, 3(4), s. 729-742.

Geary, D.C. (2011). Cognitive predictors of achievement growth in mathematics: A 5-year longitudinal study. *Developmental Psychology*, 47(6), s. 1539.

Geary, D.C., Boykin, A.W., Embertson, S., Reyna, V., Siegler, R., Berch, D.B. & Graban, J. (2008). Report of the task group on learning processes. I U.S. Department of Education (Red.), *The final report of the National mathematics Advisory Panel*. U.S. Department of Education.

Geary, D.C., Berch, D.B. & Koepke, K.M. (2015). The Evolution of Numbers System. I Geary, D.C., Berch, D.B. & Koepke, K.M., (Red.), *Evolutionary Origins and early Development of Number Processing*. 1, s. 335-353.

Gelman, R. & Gallistel, C.R. (1978). *The child's understanding of number*. Harvard Univ. Press.

Gersten, R., Jordan, N. & Flojo, J. (2005). Early identification and interventions for students with mathematical difficulties. *Journal of Learning Disabilities*. 38(4), s. 292-304.

Gersten, R., Chard, D.J., Jayanthi, M., Baker, S.K., Morphy, P. & Flojo, J. (2009). Mathematics Instruction for Students with Learning Disabilities: A Meta-Analysis of Instructional Components. *Review of Educational Research*, 79(3), s. 1202-1242.

Gibson, S.A. & Ross, P. (2016). Teachers' Professional Noticing. *Theory into Practice*, 55:3, s. 180-188.

Gubrium, J. & Holstein, J. (Red.). (2002). *Handbook of Interview Research*. Context & Method. SAGE.

Gyllander Torkildsen, L. (2016). *Bedömning som gemensam angelägenhet - enkelt i retoriken, svårare i praktiken. Elevers och lärares förståelse och erfarenheter*. [Doktorsavhandling, Göteborgs Universitet]. gupea.ub.gu.se.

- Hagland, K., Hedrén, R. & Taflin, E. (2005). *Rika matematiska problem – inspiration till variation*. Liber.
- Harlen, W. & Deakin Crick, R. (2002). A systematic review of the impact of summative assessment and tests on students' motivation for learning. I *Research Evidence in Educational Library*. Issue 1. EPPI-Centre, Social Science Research Unit, Institute of Education.
- Harlen, W. (2012). On the Relationship between Assessment for Formative and Summative Purposes. I J. Gardner. (Red.), *Assessment and Learning*. 2. uppl., s. 87-102. London: Sage Publications.
- Hiebert, J. & Grouws, D.A. (2007). The Effects of Classroom Mathematics Teaching on Students' Learning. I F. K. Lester, Jr. (Red.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, s. 371-404. Information Age Publishing.
- Holmes, W. & Dowker, A. (2013). Catch up numeracy: A targeted intervention for children who are low-attaining in mathematics. *Research in Mathematics Education*, 15(3), s. 249.
- Hyltegren, G. (2014). *Vaghet och vanmakt– 20 år med kunskapskrav i den svenska skolan*. [Doktorsavhandling, Göteborgs universitet]. gupea.ub.gu.se.
- Håkansson, J. & Sundberg, D. (2012). *Utmärkt undervisning. Framgångsfaktorer i svensk och internationell belysning*. Natur & Kultur.
- Håkansson, J. & Sundberg, D. (2012a). *Framgång i undervisningen. En sammanställning av forskningsresultat som stöd för granskning på vetenskaplig grund i skolan*. [Dnr 2010:1284]. Skolinspektionen.
- Hägglom, H. (2000). *Räknespår: Barns matematiska utveckling från 6 till 15 års ålder*. [Doktorsavhandling, Åbo universitet]. Åbo Akademi Förlag.
- Jackson, K. & Cobb, P. (2010). *Refining a vision of ambitious mathematics instruction to address issues of equity*. Manuscript presented at the NCTM Research Pre-Session, San Diego, CA.
- Jacobs, V., Lamb, L. & Philipp, R. (2010). Professional Noticing of Children's Mathematical Thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 41(2), s. 169-202.
- Jennings, J. & Bearak, J. (2014). "Teaching to the Test" in the NCLB Era: How Test Predictability Affects Our Understanding of Student Performance. *Educational Researcher*, 43(8), s. 381-389.
- Jönsson, A. (2013). *Lärande bedömning*. Gleerups utbildning.
- Kaiser, G., Busse, A., Hoth, J, König, J. & Blömeke, S. (2015). About the Complexities of Video-Based Assessments: Theoretical and Methodological

Approaches to Overcoming Shortcomings of Research on Teachers' Competence. *International Journal of Science and Mathematics Education* 13: 369.

Kallberg, P. (2018). *Två lärarkategoriernas arbete med sociala relationer i övergången från förskoleklass till årskurs 1*. [Doktorsavhandling, Mälardalens högskola]. DiVA-portal.org.

Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (Red.). (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. National Academy Press.

Krag Jacobsen, J. (1993). *Intervju. Konsten att lyssna och fråga*. Studentlitteratur.

Kroesbergen, E.H. & Van Luit, J.E.H. (2003). Mathematics intervention for children with special educational needs. *Remedial and Special Education*, 24, s. 97–114.

Kvale, S. (1997). *Den kvalitativa forskningsintervjun*. Studentlitteratur.

Kvale, S. & Brinkmann, S. (2009). *InterViews: Learning the craft of qualitative research interviewing* (2nd ed.). Sage Publications, Inc.

Lago, L. (2014). *Mellanklass kan man kalla det: Om tid och meningsskapande vid övergången från förskoleklass till årskurs ett*. [Doktorsavhandling, Linköpings universitet]. DiVA-portal.org.

Lago, L., Ackesjö, H. & Persson, S. (2018). Erkännandets dynamic – förskoleklasslärares tolkningar av ny läroplanstext. *EDUCARE* 2018:1

Lakoff, G. & Núñez, R. (2000). *The embodiment of infinity. Where mathematics comes from. How the embodied mind brings mathematics into being*. Basic Books.

Lenz Taguchi, H. (2013). *Varför pedagogisk dokumentation? Verktyg för lärande och förändring i förskolan och skolan*. Gleerups.

Liedman, S.E. (2011). *Hets!: en bok om skolan*. Bonnier.

Lindsay, G. (2003). Inclusive education: a critical perspective. *British Journal of Special Education*. Vol 30, Nr 1.

Lundberg, I. & Sterner, G. (2009). *Dyskalkyli-finns det?: aktuell forskning om svårigheter att förstå och använda tal*. Nationellt centrum för matematikutbildning, Göteborgs universitet.

Lundahl, C. (2006). *Viljan att veta vad andra vet: kunskapsbedömning i tidigmodern, modern och senmodern skola*. [Doktorsavhandling, Uppsala universitet]. DiVA-portal.org.

- Lundahl, C. (2010). Nationella prov – ett redskap med tvetydiga syften. I Lundahl, C. & Folke-Fichtelius, M. (Red.). *Bedömning i och av skolan – praktik, principer, politik*.
- Lundahl, C., Hultén, M., Klapp, A. & Mickwitz, L. (2015). *Betygens geografi - forskning om betyg och summativa bedömningar i Sverige och internationellt*. Vetenskapsrådet.
- Lunde, O. (2003). Matematikk vansker som spesialpedagogiskt tema. *Nordisk Tidskrift för Specialpedagogikk*. 2003(4), s. 245-260.
- Löwing, M. (2004). *Matematikundervisningens konkreta gestaltning. En studie av kommunikationen lärare - elev och matematiklektionens didaktiska ramar*. [Doktorsavhandling, Göteborgs universitet]. gupea.ub.gu.se.
- Magne, O. (1998). *Att lyckas med matematik i grundskolan*. Studentlitteratur.
- Marzano, R. J., Pickering, D. J. & Pollock, J. E. (2001). *Classroom Instruction that Works. Research-Based Strategies for Increasing Student Achievement*. Pearson Education Inc.
- Maxwell, J.A. (2004). Causal explanation, qualitative research, and scientific inquiry in education. *Educational Researcher*, 33(2), s. 3–11.
- McIntosh, A. (2008). *Förstå och använd tal- en handbok*. Göteborgs Universitet: NCM.
- Mehrens, W. A. & Kaminski, J. (1989). Methods for improving standardized test scores: Fruitful, fruitless, or fraudulent? *Educational Measurement: issues and practice*, 8(1), s. 14-22.
- Mitchell, D. (2014a). *Inkludering i skolan. Undervisningsstrategier som fungerar*. Natur & Kultur.
- Mitchell, D. (2014b). *What really works in special and inclusive education: Using evidence-based teaching strategies. Second edition*. Routledge.
- Mononen, R, Anunio, P., Koponen, T. & Aro, M. (2014). A review of early numeracy interventions for children at risk in mathematics. *International Journal of Early Childhood Special Education*, 6, s. 25-54.
- Morgan, P.L., Farkas, G. & Wu, Q. (2009). Five-year growth trajectories of kindergarten children with learning difficulties in mathematics. *Journal of Learning Disabilities*, 42(4), s. 306–321.
- Morgan, P.L., Farkas, G. & Wu, Q. (2011). Kindergarten children's growth trajectories in reading and mathematics: Who falls increasingly behind? *Journal of Learning Disabilities*, 44 (5), s. 472–488.

Myndigheten för skolutveckling. (2006). *Förskoleklassen – i en klass för sig*. Liber.

Mulligan, J.T. & Mitchelmore, M.C. (2013). Early awareness of mathematical pattern and structure. I L.D. English & J.T. Mulligan (Red.), *Reconceptualizing early mathematics learning* (s. 29–45). Advances in Mathematics Education. Springer.

Munter, C. (2014). Developing Visions of High-Quality Mathematics Instruction. *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol 45, No 5, s. 584-635.

Mårdsjö Olsson, A-C. (2010). *Att lära andra lära – medveten strategi för lärande i förskolan*. Liber.

NCTM. (2014). *Principles to Actions. Ensuring Mathematical Success for All*. NCTM.

Neuman, M. (2002). The Wider Context: An Overview of Transition Issues. I H. Fabian & A-W. Dunlop (Red.), *Transition in the Early Years*. s. 8-22. Routledge.

Nilholm, C. (2005). Specialpedagogik: Vilka är de grundläggande perspektiven? Ingår i *Pedagogisk forskning i Sverige*, Vol. 10, nr 2, s. 124-138.

Nilholm, C. (2007). Vad och vems är kunskapsobjektet?: Reflektioner över hur den specialpedagogiska praktiken kan och bör studeras. I *Reflektioner kring specialpedagogik: sex professorer om forskningsområdet och forskningsfronterna*, Vetenskapsrådet, s. 100-113.

Nordenbo, S.E., Allerup, P., Andersen, H.L., Dolin, J., Korp, H., Søgaard Larsen, M., Olsen, R.V., Svendsen, M.M., Tiftikçi, N., Wendt, R.E., & Østergaard, S. (2009). *Pædagogisk brug af test – Et systematisk review*. Köpenhamn: Dansk Clearinghouse for Uddannelsesforskning, DPU, Aarhus Universitet.

Nunes, T. & Bryant, P. (1996). *Children doing mathematics*. Wiley-Blackwell.

Nunes, T., Bryant, P., Sylva, K. & Barros, R. (2011). The relative importance of two different mathematical abilities to mathematical achievement. *British Journal of Educational Psychology*, 82, s. 136-156.

OECD. (2006). *Starting Strong 11: Early Childhood Education Care*. OECD publishing.

OECD. (2015). *Improving Schools in Sweden: An OECD Perspective*. OECD Publishing.

OECD. (2016a). *PISA 2015 Results (Volume I): Excellence and Equity in Education*. OECD Publishing.

OECD. (2016b). *PISA 2015 Results (Volume II): Policies and Practices for Successful Schools*. OECD Publishing.

OECD. (2016c). *Results from PISA 2015: Sweden*. Hämtad från <https://www.oecd.org/pisa/PISA-2015-Sweden.pdf>

Olovsson, T.G. (2015). *Det kontrollera(n)de klassrummet. Bedömningsprocessen i svensk grundskolepraktik i relation till införandet av nationella skolreformer*. [Avhandling, Umeå universitet]. DiVA-portal.org.

Ozga, J., Dahler-Larsen, P., Segerholm, C. & Simola, H. (Red.). (2011). *Fabricating quality in education: Data and governance in Europe*. Routledge.

Persson, B. (2001). *Elevers olikheter och specialpedagogisk kunskap*. Liber.

Popkewitz, T. (2004). The alchemy of the mathematics curriculum: Inscriptions and the fabrication of the student. *American Educational Research Journal*, 41(1), s. 3–34.

Popkewitz, T. (2012). Numbers in grids of intelligibility: Making sense of how educational truth is told. I H. Lauder, M. Young, H. Daniels, M. Balarin, & J. Lowe (Red.), *Educating for the knowledge economy? Critical perspectives* (s. 169–191). Routledge.

Portes, P. & Salas, S. (2011). *Vygotsky in 21st Century Society. Advances in Cultural Historical Theory and Praxis with Non-Dominant Communities*. Peter Lang Publishing Inc.

Proposition 2013/14:160. *Tid för undervisning-lärares arbete med stöd, särskilt stöd och åtgärdsprogram*. Utbildningsdepartementet.

Proposition 2014/15:137. *Obligatoriska bedömningsstöd i årskurs 1*. Utbildningsdepartementet.

Proposition 2017/18:195. *Läsa, skriva, räkna – en garanti för tidiga stödinsatser*. Utbildningsdepartementet.

Proposition 2017/18:9. *Skolstart vid sex års ålder*. Utbildningsdepartementet.

Regeringen. (2017). *Uppdrag att ta fram kartläggningmaterial och revidera obligatoriska bedömningsstöd och nationella prov i grundskolan, sameskolan och specialskolan* [U2017/02561/S] June 1, 2017.

Reys, B. & Reys, R. (1995). Perspektiv på Number sense och taluppfattning? *Nämnamnaren* årg 22 nr 1, s. 28-33. NCM.

Roos, H. (2019). *The meaning(s) of inclusion in mathematics in student talk: Inclusion as a topic when students talk about learning and teaching in mathematics*. [Doktorsavhandling, Linnaeus University Press. 187]. DiVA-portal.org.

Rönnerberg, L. (2011). Exploring the Intersection of Marketisation and Central State Control through Swedish National School Inspection. *Education Inquiry* 2, No 4, s. 699-707.

Santagata, R. & Yeh, C. (2014). Learning to teach mathematics and to analyze teaching effectiveness: evidence from a video- and practice-based approach. *Journal of Mathematics teacher education*.

Schoenfeld, A.H. (2014). What Makes for Powerful Classrooms, and How Can We Support Teachers in Creating Them? A Story of Research and Practice Productivity Intertwined. *Educational Researcher*, Vol. 43, No. 8, s. 404-412.

Shadish, W.R., Cook, T.D., & Campbell, D.T. (2002). *Experimental and quasi-experimental designs for generalized causal inference*. Houghton Mifflin.

Sheridan, S. & Pramling Samuelsson, I. (2009). *Barns lärande - fokus i kvalitetsarbetet*. Liber.

Sheridan, S. & Williams, P. (Red.). (2018). *Undervisning i förskolan. En kunskapsöversikt*. Skolverket.

Sherin, M. (2002). When Teaching Becomes Learning. *Cognition and Instruction*, 20:2, s. 119-150.

Sherin, M., Jacobs, V. & Philipp, R. (2011). *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes*. Routledge.

Sjöberg, G. (2006). *Om det inte är dyskalkyli vad är det då? En multimetodstudie av elever med matematikproblem ur ett longitudinellt perspektiv*. [Doktorsavhandling, Umeå universitet]. DiVA-portal.org.

SFS 2010:800. *Skollag*. Utbildningsdepartementet.

SFS 2011:185. *Skolförordning*. Utbildningsdepartementet.

Skolinspektionen. (2010). *Rätten till kunskap. En granskning av hur skolan kan lyfta alla elever*. [Rapport 2010:14]. Skolinspektionen.

Skolinspektionen. (2015). *Undervisning i Förskoleklass*. [Rapport 2015:03]. Skolinspektionen.

Skolinspektionen. (2016). *Skolans arbete med extra anpassningar*. [Kvalitetsgranskningsrapport 2015:2217]. Skolinspektionen.

SKOLF 2018:247. *Skolverkets allmänna råd om betyg och betygssättning*. Grundförfattning.

SKOLF 2018:50. *Förordning om läroplan för förskolan*. Statens skolverks författningssamling. Skolverket.

SKOLFS 2019:16. *Skolverkets föreskrifter om obligatoriska nationella kartläggingsmaterial i språklig medvetenhet och i matematiskt tänkande i förskoleklass*. Grundförfattning.

Skolverket. (1998). *Läroplan för förskolan, Lpfö-98*. Skolverket.

Skolverket. (2001). *Att bygga en ny skolform för 6-åringarna: om integrationen förskoleklass, grundskola och fritidshem*. Skolverket.

Skolverket. (2006). *Läroplan för det obligatoriska skolväsendet, förskoleklassen och fritidshemmet Lpo 94*. Skolverket.

Skolverket. (2010). *Läroplan för förskolan, Lpfö-98*. Reviderad 2010. Skolverket.

Skolverket (2011a). *Kunskapsbedömning i skolan*. Skolverket.

Skolverket. (2011b). *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011*. Skolverket.

Skolverket. (2012). *Uppföljning, utvärdering och utveckling i förskolan: pedagogisk dokumentation*. Skolverket.

Skolverket. (2014). *Förskoleklassen – uppdrag, innehåll och kvalitet*. Skolverket.

Skolverket. (2016). Hämtad statistik www.skolverket.se

Skolverket. (2016a). *Fokus på: Matematikundervisning och elevers inläring i PISA 2012*. Nr 1.

Skolverket. (2016b). *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011*. [Reviderad 2016]. Skolverket.

Skolverket (2016c). *Förskoleklassen. Ett kommentarmaterial till läroplanens tredje del*. Skolverket.

Skolverket. (2018). *Läroplan för förskolan, Lpfö 18*. Skolverket.

Skolverket. (2018a). *Nationellt bedömningsstöd i taluppfattning, årskurs 1–3*. Skolverket.

Skolverket. (2019). Hämtad statistik www.skolverket.se

Skolverket. (2019a). *Hitta matematiken - nationellt kartläggings-material i matematiskt tänkande i förskoleklass*. Skolverket.

Skolverket. (2019b). *PISA 2018. 15-åringars kunskaper i läsförståelse, matematik och naturvetenskap*. Skolverket.

Skolverket. (2020). *Förskoleklass*. www.skolverket.se

- Slavin, R.E., Lake, C. & Groff, C. (2008). *Effective Programs in Middle and High School Mathematics: A Best-Evidence Synthesis*.
- SOU 2010:67. (2010). *I rättan tid? Om ålder och skolstart. Utredning om ny flexibel skolstart i grundskolan*. Fritzes
- SOU 2016:25. (2016). Utredningen om nationella prov. *Likvärdigt, rättssäkert och effektivt- ett nytt nationellt system för kunskapsbedömning*. Statens offentliga utredningar.
- SPSM. (2017). *Genus och specialpedagogik- praktisknära perspektiv. En vetenskaplig antologi*. Specialpedagogiska skolmyndigheten.
- SPSM. (2019). Hämtad information från Specialpedagogiska skolmyndighetens hemsida, www.spsm.se.
- Star, J.R., & Strickland, S.K. (2008). *Learning to observe: using video to improve preservice mathematics teachers' ability to notice*. *Journal of Mathematics Teacher Education*. Vol 11, No 2, s. 107-125.
- Sterner, G., Helenius, O. & Wallby, K. (2014). *Tänka, resonera och räkna i förskoleklass*. NCM.
- Sterner, G. (2015). *Tal, resonemang och representation – en interventionsstudie i matematik i förskoleklass*. [Licentiatuppsats, Institutionen för pedagogik och specialpedagogik, Göteborgs Universitet]. gupea.ub.gu.se.
- Sterner, G., Wolff, U. & Helenius, O. (2019). Reasoning about Representations: Effects of an Early Math Intervention. *Scandinavian Journal of Educational Research*.
- Sundberg, D. & Wahlström, N. (2012): Standards-based curricula in a denationalised conception of education: The case of Sweden. *European Educational Research Journal* 11(3), s. 342-356.
- Säfström, A.I. (2018). Preschoolers exercising mathematical competencies. *Nordisk Matematikdidaktik*, 23(1), s. 5–27.
- UNESCO. (1994). *The Salamanca Statement and Framework for Action on Special Needs Education*. UNESCO
- UNESCO. (2007). EFA global monitoring report: EFA strong foundations: *Early childhood care and education*. UNESCO.
- Van Luit, J. & Van de Rijt, B. (2005). *The Early Numeracy Test*. Graviant, Doetinchem, the Netherlands.
- Wells, G. (1999). *Dialogic inquiry: Towards a socialcultural practice and theory of education*. Cambridge University Press.

Vennberg, H. (2015). *Förskoleklass - ett år att räkna med. Förskoleklass-lärares möjligheter att följa och analysera elevers kunskapsutveckling i matematik.* [Licentiatavhandling, Umeå universitet]. DiVA-potal.org.

Vennberg, H. (manuskript). Subject knowledge in Grade 3 after an inclusive mathematics intervention in preschool-class.

Vennberg, H., Norqvist, M. (2018). Counting on – long term effects of an early intervention programme. I E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg & L. Sumpter (Red.), *Proceedings of the 42nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 4, s. 355-362. PME.

Vetenskapsrådet. (2011). *God forskningssed*. Vetenskapsrådet.

Vetenskapsrådet. (2017). *God forskningssed*. Vetenskapsrådet.

Vygotsky, L. (1978). Interaction between learning and development. I Cole, M (Red.). *Mind and society* (s. 79-91). Harvard University Press.

Wager, A.A. (2013). Practices that support mathematics learning in a play-based classroom. I L.D. English & J.T. Mulligan (Red.), *Reconceptualizing early mathematics learning* (s. 164-181). Springer.

Wedegé, T. (2010). Ethnomathematics and mathematical literacy: People knowing mathematics in society. I C. Bergsten, E. Jablonka, & T. Wedegé (Red.), *Mathematics and mathematics education: Cultural and social dimensions: Proceedings of MADIF7, The Seventh Mathematics Education Research Seminar*, (s. 31-46). Svensk Förening för Matematikdidaktisk Forskning (SMDF).

Witzel, B. S., Mercer, C. D. & Miller, M. D. (2003). Teaching algebra to students with learning difficulties: An investigation of an explicit instruction model. *Learning Disabilities Research and Practice*, 18, s. 121-131.

Zimmerman, B. & Dibenedetto, M. (2008). Mastery learning and assessment: Implications for students and teachers in an era of high-stakes testing. *Psychology in the Schools.*, 45(3), s. 206-216.

