



<http://www.diva-portal.org>

Postprint

This is the accepted version of a paper published in *Nämnamnaren : tidskrift för matematikundervisning*. This paper has been peer-reviewed but does not include the final publisher proof-corrections or journal pagination.

Citation for the original published paper (version of record):

Bergqvist, E., Österholm, M. (2014)

Språkbrukets roll i matematikundervisningen.

Nämnamnaren : tidskrift för matematikundervisning, 2014(1): 27-31

Access to the published version may require subscription.

N.B. When citing this work, cite the original published paper.

Permanent link to this version:

<http://urn.kb.se/resolve?urn=urn:nbn:se:umu:diva-85199>

Språkbrukets roll i matematikundervisningen

Ewa Bergqvist & Magnus Österholm

(Artikeln bygger direkt på delar av vår föreläsning vid Matematikbiennalen i Umeå 2012.)

Relationen mellan språk och lärande är komplex, både när det gäller ett mer teoretiskt perspektiv (se till exempel Sapir–Whorf-hypotesen om relationer mellan språk och tänkande) och när det gäller ett mer praktiskt perspektiv (till exempel när det gäller undervisning och elevers lärande). I den här artikeln väljer vi det senare perspektivet genom att titta på språkbruk i matematikundervisningen. Vårt fokus ligger på olika sätt att betrakta och använda språk i skolmatematiken. Även om vi väljer ett mer praktiskt perspektiv måste vi ändå börja med att lyfta fram några olika synsätt på relationen mellan språk och matematik.

Att använda och fokusera på språkbruk

Det finns många olika sätt att se på relationen mellan matematik och språk. En del ser det som *att matematiken är fritt från språk eller oberoende av språk*. Kanske för att det matematiska symbolspråket går att använda för att kommunicera oberoende av vilket naturligt språk någon talar. Andra ser det som *att matematiken är ett språk*, kanske för att det finns flera skäl att betrakta matematikens symbolspråk som ett språk. En anledning är att det byggs upp med speciella typer av regler, alltså genom en sorts syntax och grammatik. Båda dessa synsätt innebär dock att man begränsar matematiken till dess symbolspråk och det är vanskligt eftersom matematikens historiska utveckling visar att det matematiska symbolspråket är en relativt sen uppfinning.

Vi ser istället på relationen mellan matematik och språk som *att matematiken har eller använder sig av flera språk*. Dessa olika språk är då de olika typer av uttrycksformer som används inom matematik, framför allt symbolspråket, det naturliga språket (i vårt fall svenska) och bildspråket (som innehåller till exempel diagram och tabeller). Att elever ska utveckla förmågan att använda matematikens olika uttrycksformer finns också beskrivet i kursplaner för både grundskolan och gymnasiet. Vi ser det därför som viktigt att fokusera på språkbruket inom matematikundervisningen.

Man kan naturligtvis välja att fokusera på språkbruket i matematikundervisningen på olika sätt. En central del av språkbruket är behovet att kunna kommunicera matematik med andra människor, och att kommunicera effektivt, så att man både förstås och förstår. En annan central del av språkbruket är ett behov av språklig utveckling för att kunna förhålla sig till och utveckla sitt matematiska tänkande, det vill säga att matematiken och det matematiska tänkandet kan ses som inbyggt i själva språkbruket. Denna del av språkbruket tittar vi närmare på i nästa avsnitt.

Fokusera på betydelse och inte mer ytliga aspekter av språkbruket

När man tittar på språkbruket inom matematiken så kan man välja att fokusera både ytliga och djupare aspekter.

Många anser att det är viktigt att elever lär sig att använda korrekt matematikterminologi i skolan, till exempel att de ska säga triangel och inte trekant. Kilborn (2007) beskriver en jämförelse av en matematiklektion från 1970-talet med en lektion på 2000-talet där det visar sig att "lärarna under båda lektionerna (i skolår 4) använde ett 'nybörjarspråk' med ord som plussa, gångra och fyrkant då de menade addera, multiplicera och kvadrat" (s. 6). Vi håller med om att det är viktigt att eleverna är bekanta med korrekt terminologi, framförallt för att de ska kunna kommunicera med andra. Samtidigt finns det anledning att undersöka detta exempel lite närmare. De två första orden, plussa och gångra, är synonymer med addera respektive multiplicera. Även om plussa och gångra inte är korrekt matematisk terminologi så kan man säga att skillnaden är relativt ytlig, eftersom det är samma företeelser som betecknas med de båda andra begreppen. När det gäller relationen mellan fyrkant och kvadrat är skillnaden mer komplicerad eftersom de inte är synonymer. En fyrkant är enligt nationalencyklopedin i vardagstal en "figur som begränsas av fyra sidor" vilket alltså närmast skulle motsvara en fyrhörning. Samtidigt påpekar nationalencyklopedin att ordet ofta används "spec. om kvadrat". Begreppsförvirringen i detta fall handlar alltså inte bara om den ytliga egenskapen "ordval" utan även om att det kan bli oklart vad man egentligen pratar om.

Samma som för ordparen plussa och addera samt gångra och multiplicera gäller också för ordparen triangel och trekant; båda orden betecknar samma begrepp med en viss innebörd, i detta fall en specifik geometrisk form. Det svåra för barnen är att få grepp om vad en triangel (trekant) är för något. Det handlar till exempel om att kunna rita en triangel på uppmaning och att veta hur man avgör om en viss figur är en triangel. På grund av att trianglar ofta avbildas på samma sätt, med en sida nedåt, är det vanligt att barn får uppfattningen att en triangel måste ha en sida neråt för att vara en triangel. En triangel som istället är ritad med en spets nedåt beskrivs då som en uppochnedvänd triangel.

Vi menar därför att den viktigaste frågan i denna typ av situationer inte är vilket ord, triangel eller trekant, man använder för att beteckna dessa figurer. Det viktigaste är snarare att kunna avgöra att båda bilderna visar exempel på trianglar (trekanter). Ordvalet kan alltså ses som en ytlig (men inte helt oviktig) språklig aspekt medan hur ordet används, till exempel vilka grupper av företeelser som betecknas med ordet, är en djupare aspekt av språkbruk som är mer avgörande.

En annan situation där man kan fastna i mer ytliga aspekter är när man läser ut symboler av olika slag. Genom att avkoda varje symbol, en i taget, med ett vedertaget namn kan man på ett yttligt sätt representera ett symboluttryck. Ett exempel är att läsa ut "4--3" symbol för symbol som "fyra minus minus tre". Även om det sättet att läsa inte är felaktigt så finns det andra sätt som fokuserar **betydelsen** av uttrycket, till exempel "subtraktion mellan talet fyra och talet minus tre". Genom att på detta sätt lyfta fram vad symbolerna står för (i detta fall att de båda minustecknen har skilda funktioner i uttrycket) kan man välja att fokusera på och lyfta fram djupare aspekter av texten.

Valet av enstaka ord verkar alltså i många fall inte avgörande i matematiklärandet. Samtidigt kan små, kanske till synes ytliga, skillnader i språkbruket i vissa fall vara viktiga. Ett exempel är skillnaden mellan att tala kring ett fenomen som en process eller som en struktur (ett objekt eller en relation mellan objekt). Det kanske mest typiska exemplet på detta är att likhetstecknet kan användas för att beskriva en process, **blir** lika med, eller för att beskriva

en relation, **är** lika med. Elever tillägnar sig som regel först en processförståelse för ett nytt begrepp, men det finns dock två potentiella nackdelar om förståelsen stannar där. För det första kan eleverna få svårt att göra sig förstådda. Till exempel är det vanligt att elever som ser det som att likhetstecknet beskriver en process skriver " $2+5=7+3=10$ " eftersom de ser det som att processen går från vänster till höger: "två plus fem **blir** lika med sju som i sin tur adderas med tre...". För det andra kan eleverna få svårt att gå vidare och utveckla sin förståelse av begreppet till nästa steg som i många fall är beroende av den strukturella synen på begreppet. Till exempel har elever ofta svårt med pre-algebraiska uppgifter av typen " $3+_=2+5$ " och ekvationer av typen " $2+x=4+2x$ " där det som står till vänster om likhetstecknet inte går att "processa".

Att hantera ett fenomen som ett objekt istället för en process öppnar för möjligheter att prata om mer avancerade fenomen och företeelser. Ett exempel på detta är olika sätt att prata om de naturliga talen. Å ena sidan kan begreppet tre användas för att beskriva resultatet av en process, såsom att tre är det man stannar på när man räknar bilarna i nedan figur.



Då kan man säga att "det finns tre bilar". Här används "tre" som ett adjektiv eftersom det karakteriserar mängden av bilar. Å andra sidan kan man prata om "tre" som ett objekt, dvs. som en sak (ett substantiv) som kan ha olika egenskaper, där talet inte är resultatet av en viss process. Då kan man till exempel säga att "tre är ett primtal".

Ett annat exempel på att beskriva en process eller ett objekt är att plustecknet kan användas för att beskriva en process, att man **adderar** två tal, eller för att beskriva ett objekt, **en addition**, som kan ha olika egenskaper. Vissa sådana egenskaper kan noteras och beskrivas även utifrån ett processtänkande, såsom att det inte spelar någon roll i vilken ordning man adderar tal (dvs. att addition är kommutativ). Andra egenskaper kan vara svåra att notera och beskriva utifrån ett processtänkande, såsom att addition och subtraktion är varandras inversa räknesätt. Det finns alltså goda skäl inom matematikämnet, kopplade till möjligheten att utveckla själva ämnet, att sträva från ett processtänkande till ett objekt-tänkande och därför behöver också eleverna utvecklas längs samma linje.

Uppmärksamhet på elevers språkbruk och medvetenhet om relationen mellan ytliga och djupa egenskaper i en matematisk text kan därför vara till hjälp för en lärare som försöker samla information om vad eleverna klarar och vad de behöver hjälp att bemästra.

Elevers och lärares språkbruk

Uppmärksamhet på elevers språkbruk kan fungera som ett diagnosverktyg kring elevers kunskap och lärande. Denna uppmärksamhet kan göras mer eller mindre explicit. Mer explicit är när läraren ställer direkta frågor eller ger kommentarer om elevers språkbruk. Till exempel kan läraren fråga varför en elev säger "blir" (eller "är") när likhetstecken utläses, för att på detta sätt komma åt hur eleven förhåller sig till likhetstecknets betydelse. Det finns

dock alltid en risk att svar på direkta frågor blir tillrättalagda, det vill säga att elevens svar är mer ytligt memorerat om vad man förväntas säga om likhetstecknet. Men uppmärksamheten på elevens språkbruk kan också göras mindre explicit. Lärarens fokus ligger då på elevens spontana språkbruk, det vill säga hur han eller hon använder vissa ord eller fraser mitt i samtal och diskussioner. Till exempel kan läraren notera om elever mer generellt pratar om likheter och likhetstecken som relationer eller som processer.

En lärare kan alltså med fördel studera hur eleverna använder ett begrepp, både muntligt och skriftligt. En sådan vana ger också läraren möjligheter att reflektera kring och därmed se över sitt eget språkbruk, för att kunna tydliggöra för eleverna olika sätt att använda och förhålla sig till ett begrepp och därmed ge eleverna goda lärandemöjligheter.

Om man vill att elever ska utveckla ett effektivt språkbruk, både för kommunikation och för tänkande, så kan man som lärare föregå med gott exempel genom sitt eget språkbruk. Då bör man inte lägga tyngdpunkten på de mer ytliga aspekterna av språkbruket, såsom att alltid säga triangel och inte trekant. Istället bör fokus ligga på egenskaper i språkbruket som mer direkt handlar om effektiv kommunikation och effektivt matematiskt tänkande. Om man som lärare till exempel alltid eller oftast säger "blir" om likhetstecken så signalerar det att betydelsen av likhetstecknet handlar om en process och det hanteras därmed som en process, vilket sätter begränsningar i det matematiska tänkandet. Särskilt kan det hindra elevernas utveckling och fortsatta lärande, eftersom likhetstecknet behöver ha en mer strukturell betydelse och funktion för att de ska kunna gå vidare i sitt lärande.

Undervisning om språkbruk

Förutom att en lärare kan reflektera kring sitt eget språkbruk, så kan det också vara viktigt att prata med eleverna om matematiken och ämnets språkbruk. Även kring undervisning om språkbruket kan man alltså tänka kring mer eller mindre explicita aspekter.

Man kan beröra språkbruket explicit på olika sätt. För att undvika att hamna i att eleverna bara ytligt memorerar språkbruket, så kan undervisningen till exempel inte fokusera på att koppla samman vissa symboler med vissa ord. Det är alltså inte fruktbart att bara informera eleverna om att de bör säga "är" när det står ett likhetstecken. Tyngdpunkten behöver istället ligga på betydelser och meningsskapande av en helhet, snarare än att betrakta enstaka symboler och enstaka ord. När det gäller uppgiftslösning handlar det bland annat i praktiken om att inte fokusera på signalord, till exempel att inte instruera elever att om det står "mer" i en uppgiftstext så betyder det att de ska använda addition. Istället bör man arbeta tillsammans med eleverna med läsuppgifter där man har fokus på den situation som beskrivs och vad som egentligen ska göras. Ett konkret (och mycket enkelt) exempel är uppgiften "På Ica kostar en gurka 2 kronor **mer** än på Konsum. Hur mycket kostar en gurka på Konsum om den kostar 10 kronor på Ica?" Här är signalordet "mer" men uppgiften går inte att lösa med additionen $10+2$.

Eftersom språkbruket behöver förändras när eleverna lär sig mer matematik så kan det underlätta för dem om man berör språkbruket mer explicit. Till exempel är det helt naturligt att först behandla likhetstecknet som att avse en process, för att sedan gå över till att behandla det utifrån en strukturell betydelse. Att bara ändra språkbruket från "blir" till "är" räcker då inte, utan denna övergång måste hanteras på många olika sätt, till exempel att

man pratar om att det finns flera olika sätt att se på likhetstecknet. Övergången från tänkande om processer till tänkande om strukturer och objekt är central i matematiken men vi har tyvärr inte utrymme att fördjupa oss mer om detta här.

Slutsatser

Det är alltså viktigt att förhålla sig till språkbruket i matematikundervisningen, särskilt när det gäller de olika typer av språk (uttrycksformer) som används i ämnet. Då är det också viktigt att inte fastna på ytliga aspekter av språkbruket utan istället fokusera på följande två mer djupgående aspekter av språkbruk.

För det första kan man fokusera på att betrakta *matematiken som ett sätt att kommunicera*. Det vill säga att språkbruket finns som ett lärandemål, genom att eleverna behöver kunna kommunicera effektivt med andra om och med matematikens uttrycksformer.

För det andra kan man fokusera på *kopplingar mellan språkbruk och tänkande*. Läraren kan använda elevernas språkbruk för att få inblick i deras tänkande. Dessutom kan läraren använda sitt eget språkbruk, men också mer explicit prata om språkbruket, för att utveckla elevernas matematiska tänkande.

Litteratur

Ahlström, R. (1996) *Matematik - ett kommunikationsämne (Nämna Tema)*. Mölndal: Institutionen för ämnesdidaktik, Göteborgs universitet.

Anward, J. (1996-97) Artikelserie om språkets makt. <http://www.liu.se/ikk/medarbetare/jan-anward/fti-kultur>

Kilborn, W. (2007) Kommunikationens betydelse. *Nämna*, nr 1, 3-7.

Niss, M. (2001) Den matematikdidaktiska forskningens karaktär och status. I: B. Grevholm (red.) *Matematikdidaktik - ett nordiskt perspektiv*. Lund: Studentlitteratur. [Han beskriver dualiteten mellan process och objekt som ett centralt resultat från matematikdidaktisk forskning på sidor 38-39.]

Österholm, M. (2009) Kan vi separera läsning från matematikämnet? *Dyslexi - aktuellt om läs- och skrivsvårigheter*, 14 (3), 18-21.

Österholm, M. (2009) Läsförståelsens roll inom matematikutbildning. I: G. Brandell, B. Grevholm, K. Wallby & H. Wallin (red.) *Matematikdidaktiska frågor - resultat från en forskarskola* (ss. 154-165). Göteborg: Nationellt centrum för matematikutbildning.