



Matematisk forskning i Sverige

En cwordanalys av svensk forskning (1995-2015)
inom ämnesområdet matematik

Saga Nylund

Sociologiska institutionen
Kandidatuppsats i Biblioteks- och informationsvetenskap, 15 hp
Ht 2015

Sammanfattning

I den här studien undersöks svensk matematisk forskning med avseende på samförekomster av termer i vetenskapliga artiklar publicerade sedan 1995. Detta sker i syfte att lyfta fram Sverige som en viktig marknad för matematisk forskning. Matematiken har de senaste århundranden fått en starkare roll inom den akademiska världen, men har för det mesta varit centrerad i den södra delen av landet, främst i städer som har en lång tradition av högre utbildningar. Analysen genomfördes med denna teoretiska bakgrund i åtanke.

Metoden gick ut på att samla in och ladda ned filer från databasen *Web of Science*, innan dessa filer bearbetades av det bibliometriska verktyget *VOSviewer*, som tillämpade samförekomstanalysdelen av studien. De resulterande termerna analyserades och kategoriserades, vilket skapade en översikt över den forskning som bedrivs på varje lärosäte.

Resultatet medförde en mestadels homogen samling termer för samtliga universitet och högskolor, även om vissa skillnader kunde uttydas. Den historiska betydelsen för forskningen kunde till viss del urskiljas, medan geografisk spridning av lärosätena till största del kunde bortses ifrån. Däremot spelade typen av lärosäte, samt dess inriktning på utbildningarna, en större roll för matematisk inriktning på forskningen. Högskolorna var märkbart mer specialiserade på tillämpad matematik och delar inom fysiken, i motsats till universiteten. De resultat som studien har genererat belyser det faktum att det finns mycket att undersöka inom matematisk forskning i bibliometrisk bemärkelse, då denna studie enbart har tagit upp enstaka aspekter. Det är uppsatsförfattarens önskan att det i framtiden utförs fler bibliometriska kartläggningar om ett så grundläggande ämnesområde som detta.

Innehållsförteckning

1. Inledning	1
1.1 Syfte och frågeställningar	1
1.2 Disposition	2
2. Bakgrund.....	3
3. Teori.....	4
3.1 En översikt över bibliometri	4
3.2 Cowordanalys	6
3.3 Bibliometriska kartor	7
3.3.1 VOS-mapping.....	8
4. Metod	10
4.1 Material	10
4.2 Insamling av data.....	11
4.3 Analys av data.....	11
4.4 Diskussion om metodval.....	12
5. Resultat och analys.....	14
5.1 Kungliga tekniska högskolan.....	15
5.2 Chalmers tekniska högskola	16
5.3 Uppsala universitet.....	18
5.4 Göteborgs universitet.....	19
5.5 Stockholms universitet	21
5.6 Lunds universitet	22
5.7 Linköpings universitet.....	23
5.8 Umeå universitet	24
5.9 En jämförelse av kartorna	25
6. Slutsatser	27
Källförteckning.....	29

1. Inledning

I det informationsamhälle som vi lever i är det av stor vikt att den information som förmedlas och den kunskap som bildas, på något vis nedtecknas och analyseras. För att forskning, och därmed vetenskaplig kommunikation, inte bara skall ses som en ostrukturerad mängd, väljer man att kartlägga och se strukturerna som döljs inom forskningsfälten. Här kan bibliometriska utvärderingar fungera som en möjlig väg till att beskriva forskningen med kvantitativa mått.

Skall man undersöka svensk forskning bör man först se till vilka undersökningar som har gjorts inom det valda ämnesområdet. Av de bibliometriska utvärderingar som har gjorts om svensk forskning, behandlar ingen av dem specifikt ämnesområdet matematik. Trots vikten av en stark profil av svensk matematisk forskning, saknas det alltså kunskap om, och en fullständig kartläggning av, detta forskningsfält.

Denna studie kommer därför att behandla forskningsfältet matematik i en svensk kontext. Fokus ligger på att undersöka vad det forskas om på svenska universitet och högskolor. Är den ämnesmässiga inriktningen densamma på Chalmers tekniska högskola som på Umeå universitet, när dessa är geografiskt separerade? Av tidsskäl avgränsas studien till att behandla de åtta lärosäten som har publicerat mest inom matematik under det valda tidsspännat: Chalmers tekniska högskola, Göteborgs universitet, Kungliga tekniska högskolan, Linköpings universitet, Lund universitet, Stockholms universitet, Umeå universitet, samt Uppsala universitet. Undersökningen begränsas till publikationer från de senaste tjugo åren.

1.1 Syfte och frågeställningar

Det huvudsakliga syftet med undersökningen är att öka kunskapen om den matematiska forskning som har bedrivits på svenska högskolor och universitet de senaste tjugo åren, med avseende på ämnesinriktning. Studien öppnar upp för möjligheten att bedriva fler bibliometriska undersökningar inom ämnet.

Frågeställningar:

- Vad är ämnesinriktningen på den matematiska forskning som har bedrivits på de åtta största universiteten och högskolorna i Sverige de senaste tjugo åren?

- Går det att uttyda några likheter och skillnader mellan de utvalda lärosätena?

1.2 Disposition

Detta avsnitt ämnar till att beskriva studiens disposition. Teoridelen ger en översiktlig introduktion till bibliometrin och dess element. Här beskrivs cwordanalysen i detalj, samt hur illustreringen av ett bibliometriskt nätverk med samförekommande termer går till.

Följande del innehåller både ett material- och metodavsnitt. Den första innefattar information om de verktyg och datakällor som har använts i studien, medan den följande delen är uppdelad på följande sätt: först en beskrivning av tillvägagångssättet för datainsamlingen, därefter bearbetningen och analysen av den data som samlats in. Slutligen diskuteras valet av metod, där för- och nackdelar för cwordanalysen tas upp.

I resultatdelen ges en överblick över samtliga lärosäten, innan de beskrivs en efter en. En diskuterande sammanfattning över resultaten ges i slutet av resultatdelen, innan slutsatserna dras i den sista och avslutande delen av uppsatsen.

2. Bakgrund

För att introducera läsaren till matematikens ämnesmässiga struktur samt dess framväxt i Sverige, ges en kortfattad förklaring nedan. De matematiska termer som benämns hänvisas till Nationalencyklopedin.

Roos och Kiselman beskriver i Nationalencyklopedin hur matematiken i Sverige länge var en vetenskap som det inte lades så stor vikt vid. Först på 1800-talet skedde det en förändring, och fler svenskar forskade inom ämnet. Vid 1900-talets början var mycket av forskningen centrerad kring Stockholm, och inriktad på matematisk analys. I Lund har det även funnits ett intresse för algebraisk geometri, utöver den analys som Sverige specialiserade sig i fram till mitten på 1900-talet. Numera är matematikforskningen mer mångfaldig och spridd över landet, även om mycket forskning fortfarande är centrerad kring de gamla universitetsstäderna (Roos & Kiselman, 2015).

Den moderna matematiken är indelad i olika kategorier som i sin tur överlappar och hämtar element från varandra konstant. Algebra innebär i teorin strukturer av objekt, vare sig det är tal (talteori) eller vektorer, och är uppdelad i flera underkategorier. Elementär algebra (ekvationer) är av en enklare natur medan linjär algebra (vektorer och matriser) och abstrakt algebra är desto mer avancerat. Geometri behandlar rymd och distans, och innehåller bland annat trigonometri. Relaterat till geometrin är topologi, som är strukturer på objekt som skapas genom förändring.

Förändring studeras inom analysen, som i sin tur har diverse underkategorier, som till exempel differentialekvationer, komplex analys och integralfunktioner. Den något mer klassiska logiken, och mängdteori, förekommer fortfarande inom forskningen, och ingår i kategorin matematikens grunder.

Teorier inom dessa kategorier kan tillämpas inom andra kategorier, såsom i den matematiska fysiken. När detta sker får de namn som exempelvis "algebraisk geometri", för att beskriva vilket ursprung dessa teorier har.

3. Teori

I den här delen förklaras ämnet bibliometri närmare. Ett par viktiga begrepp förklaras för att ge en förståelse för ämnet, innan begreppet cwordanalys behandlas mer specifikt. Utöver det ges en beskrivning av bibliometriska kartor som tillämpas för att illustrera bibliometriska nätverk, med särskild betoning på tekniken *VOS-mapping* som används i studien.

3.1 En översikt över bibliometri

Som Persson nämner i *Forskning i bibliometrisk belysning* (1991), kommer termen bibliometri ursprungligen från grekiskan, och betyder ungefär "beräkning av böcker" (*biblio*=bok, *metri*=mått). Om man låter kunskapsförmedling bilda en kedja med tre delar, är produktion den första. Objekten som produceras, som till exempel vetenskapliga artiklar, ligger i mitten av kedjan, medan det sista avsnittet är tillämpning eller användning av kunskap. Med hjälp av olika bibliometriska metoder kan man undersöka dessa tre aspekter. Fokuserar man på producenterna i kedjan, är man intresserad av forskarna eller organisationerna bakom texterna. Studerar man användandet av dokumenten är citeringsanalys vanligt. Texten kan i sig själv också studeras, rent innehållsmässigt (Persson, 1991, ss. 6-7).

Enligt Kärki och Kortelainen (1998) är bibliometri en typ av kvantitativ analys som mäter framförallt vetenskaplig litteratur, i syfte att undersöka forskningens struktur och utveckling. Därmed uppskattar man den vetenskapliga kommunikation, som i första hand sker genom publikationer av olika slag. En bibliometrisk analys kan ske på fyra kriterier: producenter, produkter, begrepp, eller källciteringar (Kärki & Kortelainen, 1998, ss. 9-10).

Då ordet bibliometri egentligen syftar på fysiska böcker i en biblioteksmiljö, och inte på vetenskapliga artiklar, kan användandet av termen ifrågasättas när det gäller annan litteratur. Det finns andra termer, såsom scientometri och infometri, vilka är nära besläktade med bibliometri. Scientometri mäter vetenskaplig kommunikation på andra objekt än bara text, till skillnad från bibliometri. Termen bibliometri beskriver en samling av metoder för att analysera publicerad information, och inte andra typer av medier,

och passar sig alltså för att användas i en kontext av publicerad vetenskaplig litteratur (Ibid., ss. 13-15).

Citeringsanalys är vanligt inom bibliometriska undersökningar. Syftet kan vara att studera relationer publikationer eller forskare emellan, och därmed dra slutsatser om vetenskaplig kommunikation. Termen kan användas både om studier på källor i ett flertal dokument (källanalys) eller om studier på källhänvisningar (hänvisningsanalys). Källanalys utgår alltså ifrån publikationens referensförteckningar, och syftar till att studera forskningsområdets relationer till andra, utomstående vetenskapsområden. Ett exempel på en sådan metod är bibliografisk koppling, där dokument som citerar samma källor anses ha en ämnesmässig koppling till varandra. Hänvisningsanalys är studerandet av användandet av publikationer, alternativt forskare. Ofta studerar man detta för att mäta det genomslag som det åsyftade objektet har fått inom det valda vetenskapsområdet. En viktig gren inom hänvisningsanalys är cociteringsanalys, som bidrar till att skapa en bild av strukturen inom ett forskningsfält. Denna metod går ut på att undersöka i vilken mån som forskare eller publikationer citeras tillsammans med andra, vilket säger något om deras ämnesinriktning (Ibid., ss. 20-25).

Utöver citeringar kan man tillämpa vissa matematiska beräkningar för att uppskatta forskningens utveckling och spridning. Bradfords lag beskriver spridningen av artiklar hos olika vetenskapliga tidskrifter, vilket ofta sker enligt ett förutsägbart mönster. Lotkas lag handlar om fördelningen av vetenskapliga publikationer över författare. I ett urval av författare kan man konstatera att antalet författare till n publikationer är ungefär $1/n^2$ av antalet författare som enbart har skrivit en publikation. Den sista av de tre stora bibliometriska lagarna är Zipfs lag, som beskriver sannolikheten för en terms frekvens i en textsamling, vilket är kopplat till det totala antalet termer i texten. Tillämpningen av dessa lagar kan ske för att urskilja mönster i vetenskaplig publicering, även om de har blivit kritiserade för att vara för förenklade och inte ge en fullständig bild av litteraturens varierande och mångsidiga struktur (Ibid., ss. 27-28).

Andra metoder som tillämpas inom bibliometri är samarbetsanalys, där man analyserar samförfattarskap eller samarbete mellan olika institutioner, vilket ofta är fallet inom vissa vetenskapliga kretsar. Det är av stort värde att veta hur samarbeten går till och vad resultaten av dessa blir, därför kan samarbetsanalys ge en översiktlig bild på sociala interaktioner inom vetenskapen (Ibid., ss. 32-33)

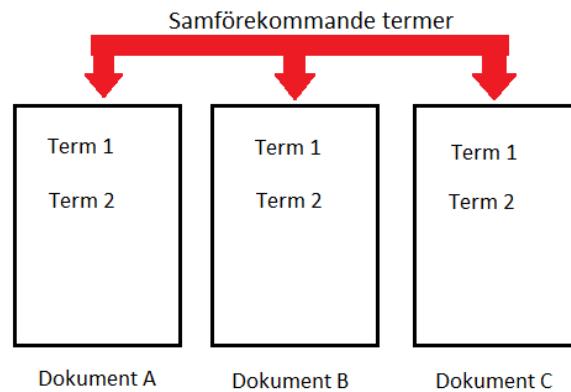
3.2 Cowordanalys

Cowordanalys är en metod som går ut på att beräkna det antal gånger som termer förekommer parvis i en samling dokument, i syfte att beskriva vad de handlar om. Detta kan ske antingen i texternas titelfält, eller i nyckelorden. Termer som förekommer i stor grad tillsammans, kan man anta vara ämnesmässigt besläktade och ge en beskrivning av dokumentens innehåll som helhet. Tillämpas denna metod på vetenskapliga artiklar kan man alltså säga något om deras likhet, och forskningens struktur i allmänhet (Persson, 1991, ss. 51-52).

Termerna som väljs ut kan förutom indexorden komma ifrån dokumentets titel, sammanfattning, eller i vissa fall från texten i sin helhet. De kan bestå av ett eller flera ord, beroende på vilket analysverktyg som används (Kärki & Kortelainen, 1998, s. 20).

Whittaker (1989) gör en jämförelse mellan en cowordanalys baserad på termer hämtade ur titeln, och en baserad på termer från *keywords*, alltså av en indexerare valda nyckelord. Då titeln formuleras av författaren till en publikation, tenderar den att vara mer unik och självständig, än nyckelord, som noggrant väljs ut av professionella indexerare för att desto mer peka på likheter och skillnader till andra publikationer inom samma ämne. Kritik mot *keywords*-baserade analyser har förekommit, då man menar att den så kallade indexerar-effekten bidrar till subjektiva nyckelord, samtidigt som indexeraren sannolikt inte är insatt i det vetenskapsområde som författaren är aktiv inom. Dock kommer Whittaker i sin studie fram till att *keywords* bättre fångar upp innehållet i en text, än användandet av enbart titeln (Whittaker, 1989, ss. 473-474).

För att förklara samförekomster av termer närmare, tas ett exempel upp. Tre dokument (Dokument A, Dokument B och Dokument C) innehåller alla samma två termer (Term 1 och Term 2). Dessa termer är då relaterade till varandra, och får ett samförekomstsvärde, som är det antal gånger som termerna förekommer tillsammans.



Figur 1. Samförekomst av termer.

Tillämpas denna analysmetod på samtliga termer som anses vara relevanta i dokumentsamlingen, får man slutligen en matris, där siffrorna i cellerna anger det antal dokument som två termer förekommer tillsammans bland samtliga dokument i samlingen. Om antal termer=N får matrisen storleken N x N. Då den blir symmetrisk över diagonalen, det vill säga Term 1 x Term 2 har samma värde som Term 2 x Term 1, brukar man endast avbilda halva matrisen. En matris med samförekommande termer kan se lite olika ut, men det är rätt vanligt att kolumnerna är "sluttande". Nedan finns ett exempel på hur en tabell med samförekommande termer ser ut. Cellerna i diagonalen lämnas tomma då en term inte kan samförekomma med sig själv.

	Term 1			
Term 1		Term 2		
Term 2	48		Term 3	
Term 3	15	55		Term 4
Term 4	42	33	20	

Figur 2. Exempel på en samförekomstmatris.

Termerna kommer att bilda ett nätverk i relation till varandra, och kan illustreras enligt en av de modeller som följande avsnitt avser att beskriva.

3.3 Bibliometriska kartor

Illustrering av bibliometriska nätverk har vuxit inom det scientometriska forskningsfältet de senaste årtionden, vilket har skapat en efterfrågan på nyare och bättre anpassade verktyg för bibliometrikerna att använda. Van Eck och Waltman (2014) beskriver i "Visualizing Bibliometric Networks" hur tillväxten av vetenskaplig litteratur har skapat

nya utmaningar för den mjukvara som används i kartläggningen av denna, och har bidragit till att det krävs program som kan hantera en större mängd data. Det finns ett flertal program som är utvecklade just för det ändamålet (Van Eck & Waltman, 2014, ss. 1-2).

Ett bibliometriskt nätverk består av noder, eller hörn, och kanter (eng. *edges*). Noderna är objekten som studeras, exempelvis artiklar, termer eller författare. De bildar tillsammans med kanterna, som löper som linjer mellan noderna, ett nätverk, där längden på kanterna vittnar om styrkan på relationen mellan två objekt (Ibid., ss. 2-3). Det finns olika vägar för att illustrera ett nätverk, där man kan välja en karta baserad på avstånd, grafer eller tid. Tekniken *VOS-mapping*, som beskrivs nedan, skapar kartor med avseende på distans (Ibid., ss. 4-5).

3.3.1 VOS-mapping

Av många olika metoder för att illustrera bibliometriska nätverk är *VOS-mapping* en av de enklare. Det är en teknik som beskrivs som *visualization of similarities*, det vill säga illustrering av likheter (Van Eck & Waltman, 2014, s. 4).

I en cwordanalys utförs en textutvinning (*text mining*), vilket innebär att det skapas ett nätverk baserat på termers samförekomst. Dessa skall vara engelskspråkiga, och hämtas från publikationens titel eller abstract. Sedan identifieras typer av ord med hjälp av ett språkverktyg, i detta fall tillämpas *Apache OpenNLP*. Den kategoriserar substantiv, verb och andra ordklasser, och med hjälp av ett språkfilter väljer ut substantiv. Om de förekommer i direkt anslutning till adjektiv, inkluderas även dessa och bildar substantivfraser, som räknas som en enda term. Substantiv i pluralisform omvandlas till singularis för att bli normaliserade (Ibid., ss. 12-13).

I *VOS-mapping* utförs en beräkning på utvalda termer, så att dessa får ett relevansmått. Termerna får hög relevans om de är mer specifika, medan termer med ett lågt relevansmått är mer generella, och kan exkluderas i processen av den som utför analysen. De kvarvarande fraserna har en högre relevans för det utvalda ämnesområdet som skall studeras (Ibid.).

Illustreringen av de utvalda termerna sker efter en omvandling från en samförekomstmatris till en likhetsmatris. Detta sker genom en normalisering av

matrisen, med hjälp av ett mått som kallas för *association strength*. Den beräknar likheten mellan två objekt enligt formeln

$$s_{ij} = \frac{c_{ij}}{w_i w_j},$$

i vilken s_{ij} är likheten mellan objekt i och j . Antalet samförekomster mellan objekten, c_{ij} divideras med $w_i w_j$ som antingen är det totala antalet förekomster eller antalet samförekomster, för objekten i dokumentsamlingen (Van Eck & Waltman, 2010, s. 531).

Om det valda antalet termer= n , kommer termerna 1- n att placeras som samma antal vektorer i en tvådimensionell karta. Ju större likhet det är mellan två objekt, desto närmare varandra är de belägna. Distansen mellan samtliga par av termer viktas mot ett medelvärde, för att placeras i relation till varandra (Ibid., ss. 531-532). Skapandet av kluster går till genom att ett objekt vägs mot ett kluster p , för att avgöras om det placeras i klustret eller inte. Klustren tilldelas sedan olika färger för att kunna särskiljas ifrån varandra (Ibid., ss. 533-534).

4. Metod

I den här delen beskrivs materialet samt genomförandet av studien. En förklaring av det program, *VOSviewer*, som har använts i studien ges därefter. Eventuella invändningar mot metoden diskuteras i slutet av detta avsnitt.

4.1 Material

Nedan redovisas två av de verktyg som har används i studien, utöver hjälpmedlen som nämns i beskrivningen av studiens tillvägagångssätt. Dessa verktyg har varit särskilt utmärkande och essentiella för genomförandet av studien.

För att bestämma den kategori till vilken en term eller fras hör, är ett matematiskt klassifikationssystem behändigt. *Mathematics Subject Classification* (2010) som utvecklats gemensamt mellan *Mathematical Reviews* och *Zentralblatt für Mathematik* i syfte att förenkla benämningen av vetenskaplig litteratur om matematik samt att dra uppmärksamhet till enskilda termer som kan vara relevanta för en forskare som är intresserad av en viss del inom ämnesområdet (American Mathematical Society, s. 2). Dessa kategorier fungerar som en vägledare i att identifiera och kategorisera de mest samförekommande termer som går att återfinna i de bibliometriska nätverken för Sveriges lärosäten.

I denna undersökning tillämpas dessutom *VOSviewer*, ett fritt tillgängligt program specifikt utvecklat för att illustrera bibliometriska nätverk. Programmet är skapat av forskarna Van Eck och Waltman i syfte att förbättra grafisk framställning av bibliometriska kartor, samt att ge en större möjlighet till att granska kartorna i detalj. *VOSviewer* innehåller bland annat en zoomfunktion, vilket underlättar för presentation av både små och stora kartor, då dessa kan bestå av upp till hundratals objekt (Van Eck & Waltman, 2010, s. 524). Programmet kan användas för att illustrera resultatet av ett flertal olika bibliometriska metoder. Det är även möjligt att göra en analys på en text corpus-fil, för att undersöka samförekommande termer. I de tvådimensionella kartor som skapas i programmet, så kallade *distance-based maps*, visar avståndet mellan två objekt styrkan på deras relation (Ibid., ss. 524-526).

4.2 Insamling av data

Denna studie inleddes med att identifiera ett informationsbehov, som i sin tur ledde till formuleringen av den sökfråga som användes. För att sökningen skulle ge ett preciserat resultat, avgränsades sökningen till enbart teoretisk matematik, då en sökning på tillämpad matematik riskerar att inkludera för mycket av andra ämnesområden, såsom kemi, biologi och datavetenskap. Avgränsningen teoretisk matematik ger alltså ett mer preciserat resultat i sökningen, då det är ny forskning som behandlar matematik som ämne, som är av intresse i den här studien. Sökfrågan såg ut på följande sätt:

```
(PY=(1995-2015) AND CU=(sweden) AND WC=(mathematics)) NOT  
(WC=("mathematical & computational biology") OR WC=("mathematics,  
applied") OR WC=("mathematics, interdisciplinary applications"))
```

Sökningen skedde i *Science Citation Index Expanded*, i databasen *Web of Science*. Efter en filtrering på dokumenttyp (*article, letter, note, review*), returnerades 2743 dokument. Här skedde sedan en till filtrering, i form av val av organisationer. Därefter laddades dokumenten med varje lärosätes publikationer ned i *plain text*-format. Dessa nedladdningar skedde i flera steg och sammanfogades till en sammanhållen fil för varje lärosäte. Datan bestod alltså av åtta filer. Dessa utgjorde objekten för analysen, som beskrivs i nästa del.

4.3 Analys av data

För att skapa den första kartan i *VOSviewer*, för filen med information om Kungliga tekniska högskolan, valdes alternativet *create map based on a text corpus*. Sedan infogades den ovan nämnda filen som hämtades från *Web of Science*. Både titel och abstract valdes som källa, från vilken de samförekommande termerna skulle extraheras. Detta skedde med Whittakers (1989) teorier i åtanke, då tanken var att titel och abstract skulle komplettera varandra. Termerna räknades i det här fallet binärt, det vill säga att de inkluderas i analysen oberoende av hur många gånger de förekommer. Antalet samförekomster av en term valdes till det något lägre värdet 2 än den förvalda, som var 10. Detta värde återkommer i skapandet av kartorna för de andra lärosätena, för att ge ett liknande resultat. Samförekomsten av termer skulle alltså inträffa två gånger för att tas med i beräkningen. Detta kan tyckas vara lågt tröskelvärde, men motiveras med att

termer inom matematiken är så pass unika, att förekommer två termer i samma text en gång, är de förmodligen relaterade. Matematiken är en vetenskap där det sällan citeras till andra vetenskaper, eller ens andra kategorier inom matematiken. För att inte missa några termer eller fraser användes alltså det låga samförekomstvärdet 2. I slutskedet beräknades relevansmättet ut, och alla termer med ett värde som understeg 1 uteslöts från illustreringen av det bibliometriska nätverket. På detta vis skapades åtta kartor, som sparades i både textformat och som bilder.

Nästa steg i analysen var dels att studera kartorna, dels att analysera textfilerna i Excel. Filen med kartan över det första lärosätets publikationer infogades i Excel och bildade en tabell. En pivottabell skapades utifrån klustren, så att varje kluster kunde avläsas var för sig, sorterat fallande med avseende på samförekomst.

Därefter skedde en analys utifrån varje kluster, där ett par av de viktigaste termerna valdes ut och söktes efter i *Mathematics Subject Classification*. Vid behov användes Nationalencyklopedin eller internetsökningar, för ovanligare termer och fraser som inte gick att finna i *Mathematics Subject Classification*. Därefter kunde ett mönster urskiljas för varje kluster. Utifrån vilken kategori termerna ingick i, kunde en översiktlig beskrivning göras om klustret. Detta upprepades för samtliga lärosäten. De svenska termerna återfanns med hjälp av Nationalencyklopedin.

4.4 Diskussion om metodval

Den kritik som brukar framföras mot bibliometriska metoder inkluderar bland annat att de visar en förenklad bild av verkligheten, och att man därför inte uteslutande skall använda sig av dem som indikatorer på forskningens struktur och utveckling. Persson (1991) betonar att bibliometriska undersökningar oftast sker av två anledningar, när det gäller vetenskaplig publicering; för det första är man intresserad av att undersöka vilka resultat som satsningar på forskning har gett. Det andra skälet är att studera forskningens utveckling över tid. Som en kvantitativ forskningsmetod är den bibliometriska undersökningen något begränsad, då man undersöker vetenskaplig kommunikation med förutsättningen att denna enbart sker genom publiceringar, och inte genom andra medier och tillfällen såsom bland annat föreläsningar, seminarier och privata samtal (Persson, 1991, ss. 3-4).

När det gäller kartläggning av ett utvalt forskningsområde genom en kvantitativ metod som cwordanalys, är dessa invändningar dock mindre problematiska. Här är syftet att belysa ett forskningsområde, och därmed öka kunskapen om det, utan några värderande inslag. Sker cwordanalysen med den inställningen, samt vetskapen om att denna metod enbart ger en bild av ett forskningsområde, är metoden fullständigt berättigad. I denna studie tillämpas således cwordanalysen för att ge en bild av den forskning som har bedrivits de senaste tjugo åren i Sverige, inom ämnesområdet matematik.

5. Resultat och analys

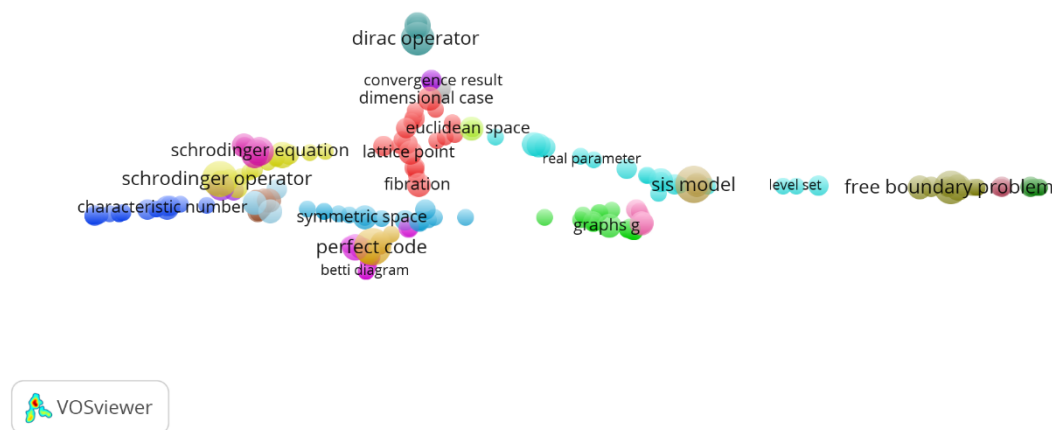
Datainsamlingen returnerade 2743 dokument, varav 2684 stycken var fördelade på de åtta valda högskolorna och universiteten. Nedan presenteras fördelningen av publicerade objekt för samtliga åtta lärosäten, sorterade i storleksordning:

Lärosäte	Antal returnerade dokument
Kungliga tekniska högskolan	615
Chalmers tekniska Högskola	422
Uppsala universitet	400
Göteborgs universitet	336
Stockholms universitet	268
Lunds universitet	254
Linköpings universitet	218
Umeå universitet	171

Figur 3. Publikationer per lärosäte.

Resultatet för varje enskilt lärosäte presenteras i fallande storleksordning, med avseende på antalet returnerade dokument, innan en jämförande analys sammanfattar resultatdelen i studien. Klustren för de olika universiteten och högskolorna beskrivs fem åt gången av utrymmesskäl, med vissa undantag. Dessa beskrivningar är kortfattade och syftar till att enbart ge en inblick i de matematiska termer eller begrepp som forskningen hos de olika lärosätena kretsar kring. Det kan vara viktigt att påpeka att den gruppering av klustren som sker nedan inte är gjord med avseende på ämnesmässig koppling, utan är en följd av att klustren är sorterade storleksmässigt i fallande ordning. Den grupp som ett kluster tillhör säger alltså ingenting om dess ämnesinriktning eller relationen till de andra klustren.

5.1 Kungliga tekniska högskolan



Figur 4. Kungliga tekniska högskolan.

Kungliga tekniska högskolans publikationer bildade ett nätverk med tjuoen kluster, som presenteras nedan.

Kluster 1-5.

Inledningsvis så är det första och därmed det största klustret fokuserat på grupp teori, talteori (inom aritmetiken) samt algebraisk geometri. Det andra klustret innehåller topologiska mängder och kombinatorik. Kluster nummer tre innefattar talteori och logik i kombination med aritmetisk geometri (en gren inom algebraisk geometri). Det fjärde klustret behandlar operatorer och potentialteori, medan det femte behandlar splittring av strukturer inom algebraisk geometri och abstrakt algebra.

Kluster 6-10.

Det sjätte klustret innehåller element ur differentialgeometrin, såsom Riemannsfärer, samt diskret geometri. Kluster sju innefattar analys av knippen (eng. *bundles*) inom differentialgeometrin och algebraisk geometri, men även delar av topologin. Det åttonde klustret är inriktat på kodning och kodningsteori inom matematisk kommunikation och datorvetenskap. I kluster nummer nio finner vi partialdifferentialekvationer relaterat till operator teori. Sannolikhetsteori präglar det tionde klustret.

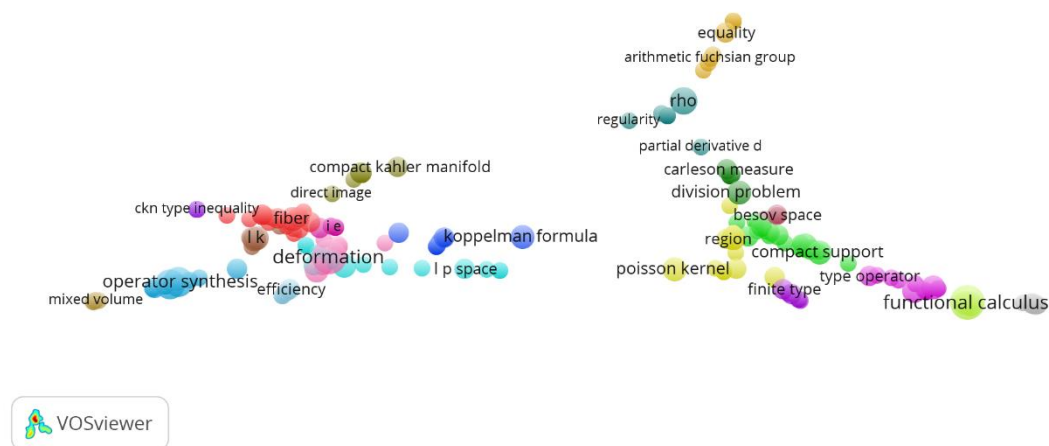
Kluster 11-15.

Som i det förra, innehåller detta kluster sannolikhets teori med kombinatoriska inslag. Det tolfte klustret behandlar operatorer till mångfalder och andra fenomen inom geometrisk topologi. Nummer tretton innefattar partialdifferentialekvationer av olika slag, där Schrödingers ekvation väger tyngst. Nästa kluster innehåller analys av objekt inom algebraisk geometri. Det femtonde klustret är starkt präglad av så kallad *game theory*, som ingår i sannolikhetslära med vissa inslag av kombinatorik och datorvetenskap.

Kluster 16-21.

Kluster nummer sexton kretsar kring talteori i kombination med datorvetenskap. Det sjuttonde klustret är lite allmänt beskrivande om variationer och unikheter, vilket passar in i olika kategorier inom matematiken, som exempelvis generell topologi. Följande kluster fokuserar på delar av abstrakt algebra, som till exempel Jordan-algebra och tillämpning av linjär algebra inom denna kategori. Kluster nummer nitton handlar om talteori och abstrakt algebra, medan det följande klustret även tar upp logik. Det tjugoförsta klustret kretsar kring modeller byggda på sannolikhetslära.

5.2 Chalmers tekniska högskola



Figur 5. Chalmers tekniska högskola

För Chalmers tekniska högskola bildades ett nätverk bestående av tjugoen kluster.

Kluster 1-5.

Det första klustret (rött) präglas mycket av algebraisk geometri, där *fiber* är den term som väger tyngst. Även topologiska uttryck förekommer, samt *Fourieranalys*. Det andra klustret fokuseras kring ämnet abelska grupper, som ingår i gruppteori i den abstrakta algebran. Till klustret hör även diverse differentialsfunktioner som tillämpas på inom abstrakt algebra. I kluster nummer tre finns termer som *Koppelmans formula* och vektorknippen, och kan tillskrivas flera ämnesområden, såsom komplex analys och differentialgeometri. De sista två klustren kan sammanfattas som gruppteori med inslag av måtteori från geometrin, respektive geometrisk topologi med inslag av funktionsanalys.

Kluster 6-10.

Det sjätte klustret innehåller termer från olika delar av matematiken, mestadels ifrån differentialgeometri, talteori, numerisk analys och gruppteori. Nästa fokuserar mycket på operatorer inom funktionsanalysen samt (abstrakt) harmonisk analys. Det åttonde klustret innehåller sekvenser och statistik medan de sista två fokuserar på mångfalder inom geometrisk topologi och differentialgeometri, respektive algebraisk geometri och kvantteori (som tillhör matematisk fysik).

Kluster 11-15.

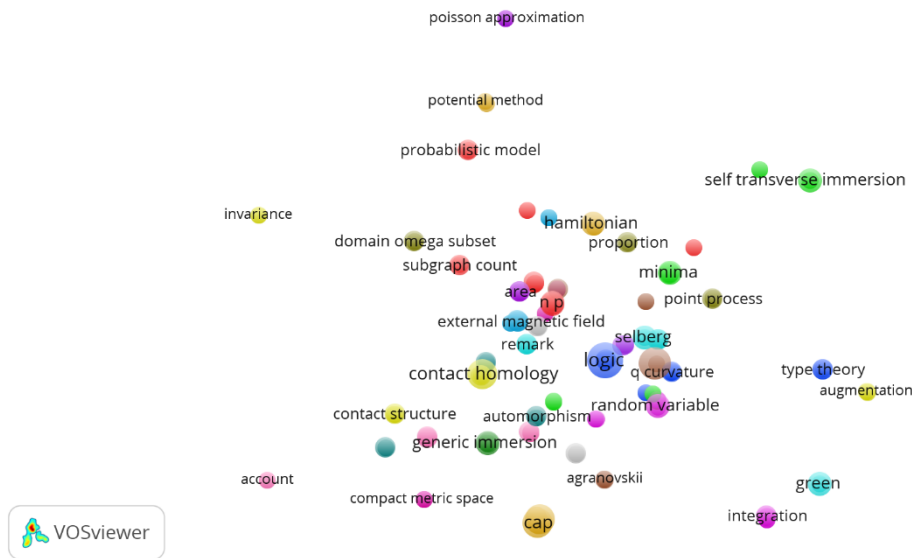
I det elfte klustret finner vi mångfalder, som ingår i topologin, och knippen som studeras inom algebraisk geometri. I nästa finns olika tillämpningar på sannolikhetssteori i form av partialdifferentialfunktioner och operatorer. Kluster nummer tretton handlar om linjär algebra, men även algebraisk geometri. Nummer fjorton behandlar statistisk mekanik i form av ergodicitet och stokastiska processer. Det sista klustret visar också en inriktning på statistisk mekanik, med metoder hämtade ifrån komplex analys.

Kluster 16-21.

Kluster sexton till sjutton innehåller element från associativ algebra, i det första fallet mer teoretiskt, i det andra med funktionsanalysen som bakgrund. Det artonde klustret

inriktar sig mer på matematisk fysik i form av relativitets- och gravitationsteori. Följande två kluster inriktar sig på funktioner inom komplex analys medan det sista klustret i nätverket för Chalmers tekniska högskola behandlar diskret geometri; geometri som hämtar metoder från bland annat kombinatorik.

5.3 Uppsala universitet



Figur 6. Uppsala universitet

Uppsala universitets nätverk av samförekommande termer bestod av sjuutton kluster.

Kluster 1-5.

Det första klustret innehåller element från sannolikhetssteori, grafteori samt kombinatorik. Följande har fokus på diskret och konvex geometri, med metoder hämtade från differentialgeometri. Kluster nummer tre innehåller matematisk logik samt generell topologi. Mångfalden inom geometrisk topologi, samt funktioner inom differentialgeometri präglar det fjärde klustret i nätverket. Det femte klustret innehåller element från talteori, teorin om dynamiska system och kvantteori.

Kluster 6-10.

Kluster nummer sex beskriver numeriska analyser. I det följande klustret finner vi termer som är kopplade till relativitets- och gravitationsteorin. Även det åttonde klustret innehåller numerisk analys, i samband med kvantmekanik. Följande innefattar statistik,

samt sannolikhetsteori. Det tionde klustret fokuserar mer på systemteori och kontrollteori, samt kombinatorik.

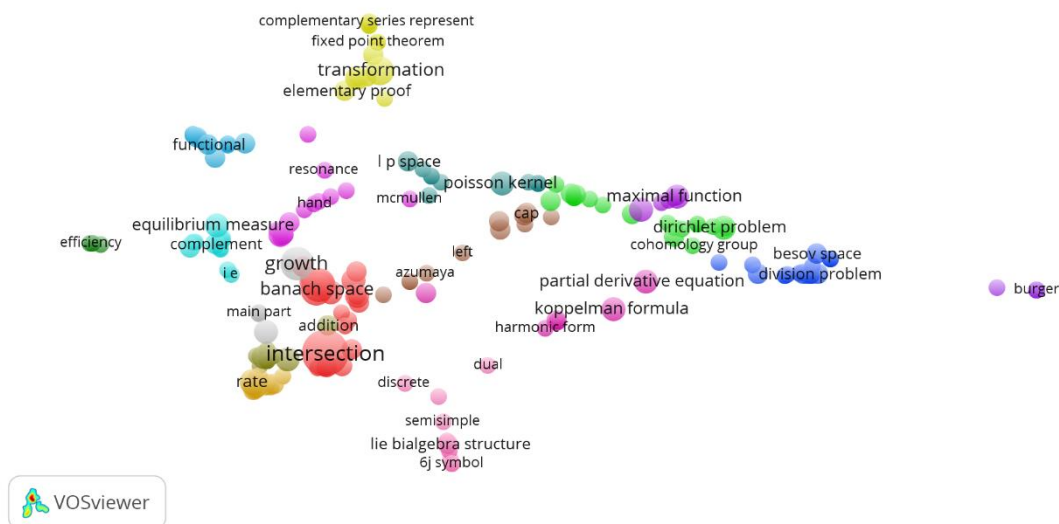
Kluster 11-15.

Kluster elva innefattar harmonisk analys på objekt inom talteori. Det följande klustret fokuserar på gruppteori, vilket inkluderar semigrupper, inom ämnesområdet abstrakt algebra. Kluster nummer tretton kretsar kring harmonisk analys. Följande kluster behandlar bland annat distribution, och innehåller termer gällande ergodicitet, talteori samt sannolikhetsteori. Det femtonde innehåller potentialteoretiska termer gällande strukturen inom algebraisk geometri.

Kluster 16-17.

Det sextonde klustret handlar om nätverk inom grafteorin, relaterat till statistisk mekanik. Det sista klustret kretsar kring ämnet algebraisk topologi.

5.4 Göteborgs universitet



Figur 7. Göteborgs universitet.

Denna analys genererade ett nätverk bestående av totalt sjutton kluster.

Kluster 1-5.

Det första klustret innehåller tillämpningen av funktionsanalys på sekvenser och serier. Det andra handlar om topologiska grupper och komplexa variabler. Kluster nummer tre är inriktad mot algebraisk geometri och linjär algebra. I kluster nummer fyra är operator teori, geometriska funktioner och tal teori förekommande. Det femte klustret innehåller element från operatorer, diskret geometri, kombinatorik och kvantmekanik.

Kluster 6-10.

Följande kluster innefattar måtteori och linjär algebra. Representationsteori som fokuserar på linjära avbildningar ingår i gruppteori inom algebra står i centrum för det sjunde klustret, som också innehåller delar från differentialgeometrin. Kluster åtta kretsar kring tillämpningen av numerisk analys och sannolikhets teori, samt statistisk mekanik. Det nionde klustret innefattar relativitets- och gravitationsteori, medan det tionde innehåller delar av gruppteori, algebraisk topologi och kvantmekanik.

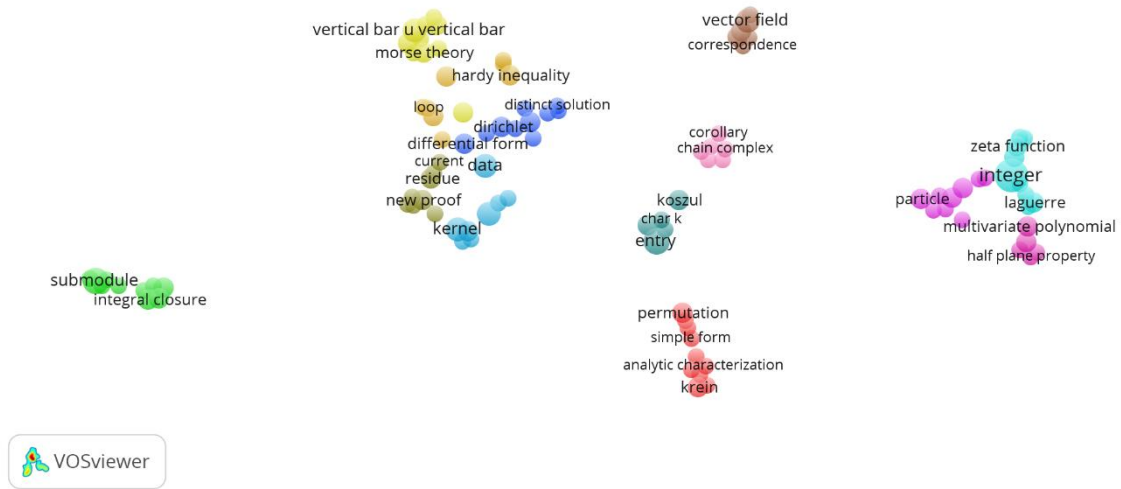
Kluster 11-15.

Kluster elva behandlar kommutativ algebra, harmonisk analys samt gruppteori inom topologin. Följande kluster innehåller potentialteori inom matematisk fysik, och dess tillämpningar på geometriska former i form av expansioner. Kluster nummer 13 innehåller element från algebraisk geometri och komplex analys. Det följande klustret behandlar harmonisk analys. Kluster nummer femton är kopplat till differentialgeometrin.

Kluster 16-17.

Det nästsista klustret i Göteborgs universitets nätverk beskriver potentialteori relaterat till topologiska och geometriska grupper. Det allra sista klustret behandlar statistik och linjär algebra.

5.5 Stockholms universitet



Figur 8. Stockholms universitet.

Detta nätverk bestod av sammanlagt elva kluster.

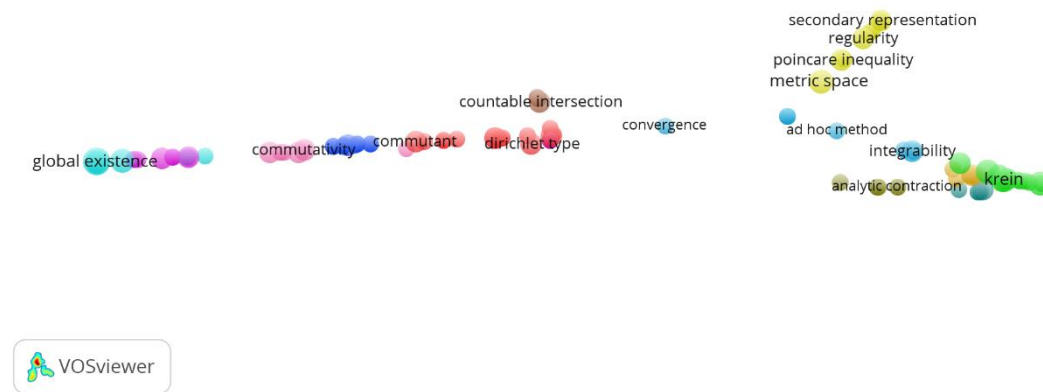
Kluster 1-5.

Det första klustret i nätverket över de publikationer som tillhör Stockholms universitet beskriver polynom från algebran, samt talteori, med inslag av operator-teori. Nästa kluster fokuserar på associativa ringar inom abstrakt algebra. Kluster nummer tre innehåller termer som *Nevanlinna function*, och ingår därmed i funktionsanalysen. Det följande klustret kretsar kring kommutativ algebra, som ingår i abstrakt algebra. Kluster nummer fem innehåller delar från differentialgeometri samt Fourieranalys.

Kluster 6-11.

Det sjätte klustret innehåller termer som hör hemma i kvantmekanik, samt bland partialdifferenialekvationer. Nästa kluster beskriver sannolikhets-teori, samt potentialteori. Kluster åtta handlar om abstrakt algebra och integralgeometri. I det nionde klustret finner vi magnetiska fält, alltså magnet teori om elektromagnetism inom fysiken, förutom inslag från talteorin. Mångfald och analys på dessa befinner sig i kluster nummer tio, liksom i det elfte och sista klustret, även om detta även innehåller vektorfält och andra algebraiska objekt.

5.6 Lunds universitet



Figur 9. Lunds universitet.

Analysen på publikationer från Lunds universitet genererade sammanlagt tretton kluster.

Kluster 1-5.

Första klustret innehåller delar från funktionsanalysen, statistik, grupp teori och talteori. Det andra klustret för Lunds universitet behandlar tillämpningen av operatorer och funktionsanalys inom algebraisk geometri. Följande kluster av termer avser associativa ringar inom abstrakt algebra samt algebraisk topologi. Det fjärde klustret kretsar kring funktionsanalys. Kluster fem behandlar logik och Jordan-algebra, inom den abstrakta algebran.

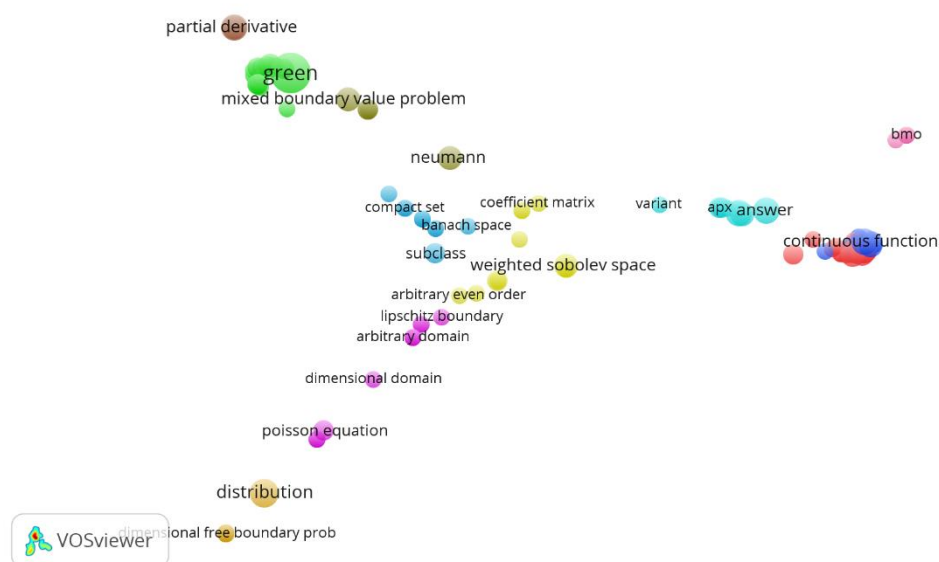
Kluster 6-10.

Det sjätte klustret fokuserar på partialdifferentialekvationer. Nästföljande kluster innehåller delar från sekvenser inom talteorin, samt sannolikhetslära och harmonisk analys. Det åttonde klustret innefattar potentialteori. Kluster nio handlar om generell topologi, måtteori samt kategoriteori. Det tionde klustret innehåller termer som beskriver differentialekvationer samt funktionsanalys.

Kluster 11-13.

Det elfte klustret beskriver kommutativ algebra med en viss överlappning med topologin. Kluster tolv behandlar operatorer och operator teori, medan det sista klustret för Lunds universitets publikationer fokuserar på teori om ringar inom abstrakt algebra.

5.7 Linköpings universitet



Figur 10. Linköpings universitet.

För Linköpings universitet var det sammanlagt elva kluster i nätverket.

Kluster 1-5.

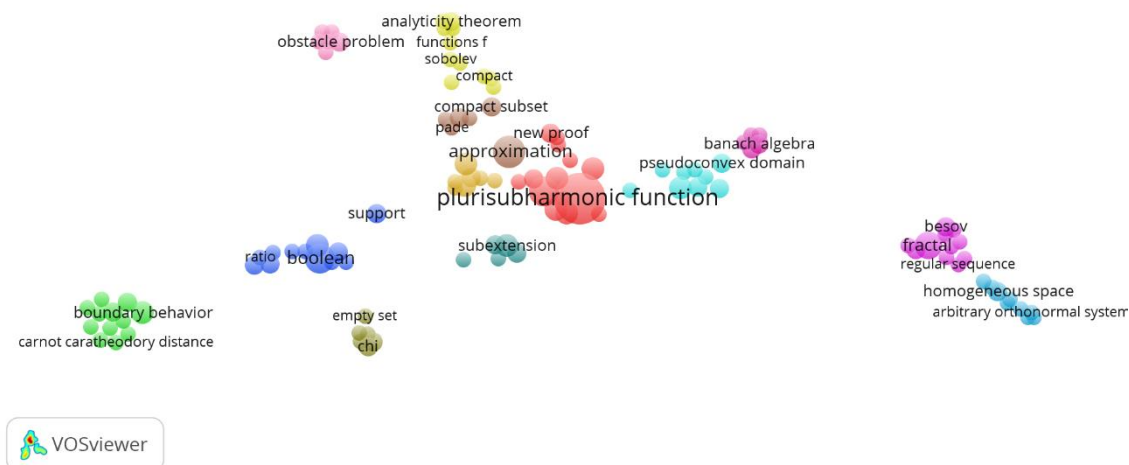
Det första klustret behandlar optimering, där även partialdifferentialekvationer och funktionsanalyser spelar in, liksom potentialteori, samtliga i den mer tillämpbara delen av matematiken. Det andra klustret innehåller flervariabelanalys, kombinatorik och sannolikhetslära. Det följande klustret har liknande innehåll, men behandlar ämnet topologi också. Kluster nummer fyra innefattar sannolikhetssteori och funktionsanalys, närmare bestämt inom Fourieranalysen. Potentialteori präglar kluster nummer fem.

Kluster 6-11.

Kluster nummer sex fokuserar på matematisk logik, till skillnad från det efterföljande klustret som behandlar talteori med tillämpad funktionsanalys. Det åttonde klustret innefattar vätskemekanik, och det följande har liknande innehåll fast med inslag elementär geometri. Det tionde klustret innehåller kort sagt termer från komplex analys

medan vi i det sista klustret för Linköpings universitet finner operatorer och reella funktioner inom den matematiska analysen.

5.8 Umeå universitet



Figur 11. Umeå universitet.

För Umeå universitet bestod nätverket av tretton kluster.

Kluster 1-5.

Det första (och centrerade) klustret präglas av komplex analys av olika objekt, bland annat komplexa mångfalder. Nästa kluster behandlar så kallad *boundary behavior*, vilket ingår i potentialteorin. Kluster nummer tre innehåller element från logik av en algebraisk karaktär, samt måtteori. Nästföljande kluster innefattar komplex analys av algebraisk geometri. I det femte klustret finner vi måtteori.

Kluster 6-10.

Måtteori återkommer i det sjätte klustret, tillsammans med potentialteori. Nästa innehåller harmonisk analys på topologiska grupper. Det åttonde klustret i nätverket behandlar numerisk analys med komplexa funktioner. Följande kluster innefattar algebraisk logik, kombinatorik samt generell topologi. Kluster tio innehåller talteori och olikheter.

Kluster 11-13.

Det elfte klustret fokuserar på numeriska analyser inom talteorin. Fältteori inom abstrakt algebra, samt tillämpningar av komplexa variabler inom den, är innehållet i följande kluster. I det sista klustret i nätverket för Umeå universitet finner vi operatorer inom funktionsanalysen.

5.9 En jämförelse av kartorna

Vissa av de bibliometriska kartorna är lättare att avläsa, då de är mer splittrade och har tydligare spridning av klustren. Kartan för Linköpings universitet, som inte har publicerat i lika stor grad som Chalmers tekniska högskola, och därmed innehåller färre termer, är tydligt uppdelad klustervis. Likaså Umeå universitet, det minst publicerande lärosätet i undersökningen, som har en distinkt spridning av klustren, vilket tyder på att dessa är mer självständiga och relaterar mindre till andra kluster.

Kungliga tekniska högskolan har liksom de andra lärosätena mycket fokus på algebraisk geometri, ett ämne som även återkommer hos de andra lärosätena i analysen. Något mer specifikt är det datorrelaterade ämnet kodningsteori, vilket kan förklaras med att högskolan har många teknikorienterade utbildningar. Liksom Chalmers tekniska högskola är forskningen mer inriktad på tillämpad matematik, samt fysik, i form av kvantteori och relativitetsteori. Till skillnad från Kungliga tekniska högskolan har Chalmers tekniska högskola mer forskning inom gruppteori samt diskret geometri, medan den förstnämnda har en större inriktning på sannolikhetssteori och tillämpningar av denna.

Hos Göteborgs universitet återkommer många ämnen, som diskret geometri och sannolikhetssteori, men det är desto mer fokus på representationsteori inom linjär algebra, samt gruppteori och sekvenser. Uppsala universitet har forskning som inriktar sig mot systemteori/kontrollteori, till skillnad från de andra lärosätena. Potentialteori är även den mer förekommande hos ovan nämnda universitet.

Lunds universitet utmärker sig mycket i ämnet abstrakt algebra, främst inom ringteorin. Förutom andra ständigt återkommande termer, är Lunds universitet även mer representerad bland harmonisk analys, och andra ämnen inom funktionsanalysen. På Stockholms universitet är man precis som på Lund mer förekommande inom den

abstrakta algebran och ringteorin, men man har även ett intresse för magnetiska fält och andra fysikrelaterade ämnen.

De sista två universiteterna i urvalet utmärker sig på skilda områden; på Linköpings universitet forskas det relativt mycket inom potentialteori, optimering och analyser av sannolikhet. Det sista universitet, Umeå universitet, är inriktat på måtteori men präglas även av komplex analys i olika former.

6. Slutsatser

Av dessa kartor och de termer som finns placerade i relation till varandra på dessa, går det att utläsa, trots det faktum att det i princip är liknande ämnesområden inom matematiken som återkommer i forskningen hos samtliga universitet och högskolor, att det även finns olikheter hos lärosätena. Den tradition av funktionsanalys som har varit centrerad kring Stockholm är mer tydlig på Kungliga tekniska högskolan, än vad den är på Stockholms universitet, som istället fokuserar mer på abstrakt algebra och magnetism. Lunds universitet är däremot desto mer utmärkande inom funktionsanalys, vilket kan förklaras av att Lund sedan länge har varit en universitetsstad starkt präglad av forskning. Just funktionsanalys är ett av de ämnesområden inom matematiken som Sverige har en tradition av. De relativt unga universitetsstäderna Linköping och Umeå kan antas vara mindre utmärkande inom ett ämne med gamla anor av just det skälet.

Som tekniskt inriktade lärosäten är både Kungliga tekniska högskolan och Chalmers tekniska högskola starkt präglade av den typ av utbildningar som förekommer på dessa lärosäten, och är därför desto mer inriktade på tillämpad matematik i olika former, än universiteten, även om dessa också forskar inom tillämpningsbara ämneskategorier. På högskolorna bedrivs en mer datorrelaterad matematikforskning samt studier inom matematisk fysik, till skillnad från de övriga lärosätena. Av detta kan man dra slutsatsen att trots en mångfald av ämneskategorier som universiteten och högskolorna bedriver forskning inom, är varje lärosäte mer eller mindre präglad av den typ av utbildningar som sagda lärosäte erbjuder. Detta är förmodligen ett resultat av att forskare ofta väljer att stanna kvar på det lärosäte som de har erhållit sin utbildning genom, men kan även vara en följd av att de traditioner som finns på varje lärosäte. En högskola vars forskning är mycket inriktad på exempelvis kvantfysik kommer förmodligen att generera nya forskare inom samma forskningsområde, då kunskap om, samt ett stort intresse för detta ämne sannolikt leder till vidare sysselsättning inom ämnet.

Den geografiska aspekten angående forskningsinriktning kan bortses ifrån av olika anledningar. I ett alltmer digitalt och globalt samhälle, där forskningssamarbeten över gränser ständigt sker, spelar geografiska avstånd allt mindre roll. Det kan i det här fallet finnas vissa skillnader mellan Umeå (som är den mest geografiskt avskilda staden i relation till de övriga i urvalet) och Lunds universitet, men det är förmodligen andra, mer

betydande orsaker, som ligger bakom denna olikhet. Att Umeå universitet sysslar med måtteori till skillnad från Lunds universitet som präglas av ringteori, kan förklaras av att städerna har olika traditioner. Om geografisk distans skulle vara av en stor vikt, skulle lärosäten situerade i samma stad, som Stockholms universitet och Kungliga tekniska högskolan exempelvis, ha en relativt stark ämnesmässig koppling till varandra i sin forskning, vilket inte är fallet. Även Uppsala universitet och Stockholms universitet, som ligger nära varandra geografiskt sett och dessutom båda är universitet, har lika stora skillnader sinsemellan som till andra lärosätena. Av dessa resultat kan därför en slutsats dras om att geografisk spridning kan bortses som orsak till eventuella ämnesspridningar lärosätena emellan.

Den studie som har gjorts har bidragit till en viss förståelse om den matematiska forskning som bedrivs på universitet och högskolor i landet, samt belyst vissa likheter och skillnader mellan lärosätena i denna fråga. Studien och dess resultat fungerar som en introduktion till bibliometriska studier tillämpade på forskning om matematik, då det finns ett behov av kartläggningar av ovan nämnda ämnesområde.

Källförteckning

American Mathematical Society (2010). *Mathematics Subject Classification*. Providence: American Mathematical Society.

<http://www.ams.org/msc/pdfs/classifications2010.pdf> [hämtad 2015-12-18]

Kärki, R. & Kortelainen, T. (1998). *Introduktion till bibliometri*. Helsingfors: NORDINFO.

Persson, O. (1991). *Forskning i bibliometrisk belysning*. Umeå: INUM.

Roos, J. E. & Kiselman, C. O. (2015). Matematiken i Sverige. *Nationalencyklopedin*.

<http://www.ne.se/uppslagsverk/encyklopedi/lång/matematik/matematiken-i-sverige>

[hämtad 2015-12-18]

Van Eck, N. J. & Waltman, L. (2010). Software Survey: VOSviewer, a Computer Program for Bibliometric Mapping. *Scientometrics*, 84(2), ss. 523–538.

<http://doi.org/10.1007/s11192-009-0146-3> [hämtad 2015-11-30]

Van Eck, N. J. & Waltman, L. (2014). Visualizing Bibliometric Networks. I Ding, Y. Rousseau, R. & Wolfram, D. (red.) *Measuring Scholarly Impact*. Cham: Springer International Publishing, ss. 285–320.

http://link.springer.com/10.1007/978-3-319-10377-8_13 [hämtad 2015-11-09]

Whittaker, J. (1989). Creativity and Conformity in Science: Titles, Keywords and Co-word Analysis. *Social Studies in Science*, 19(3), ss. 473-496.

<http://sss.sagepub.com/content/19/3/473.full.pdf+html> [hämtad 2015-11-25]